

Effet Compton: mise en évidence de la perte d'énergie du quantum de rayonnement X diffusé

Objectifs expérimentaux

- Mesure des transmissions T_1 et T_2 d'une feuille en Cu pour le rayonnement X non diffusé et pour le rayonnement X diffusé par un corps en aluminium.
- Détermination du décalage de la longueur d'onde pour le rayonnement X diffusé d'après le changement de la transmission.
- Comparaison du décalage mesuré de la longueur d'onde avec celui calculé pour la diffusion Compton.

Notions de base

Effet Compton:

En 1923, le physicien américain *A. H. Compton* observa un décalage de la longueur d'onde lors de la diffusion de rayons X par un diffuseur, un effet qu'il expliqua par la nature quantique des rayons X. Il présenta l'effet comme un processus de collision intervenant entre un quantum de rayonnement et un électron de la matière diffusante et lors duquel l'énergie

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (I)$$

h : constante de Planck

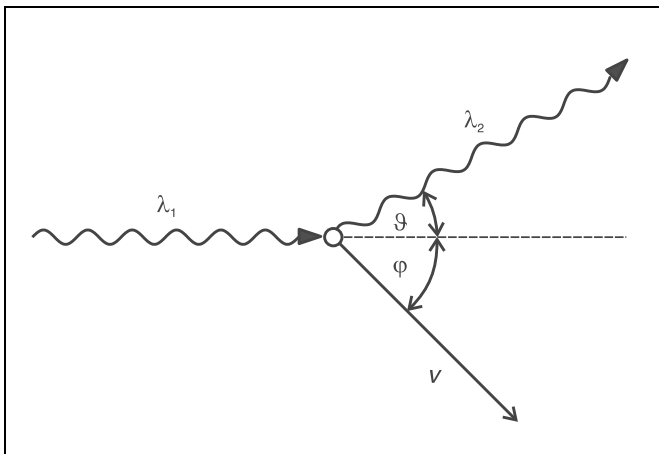
c : vitesse de la lumière

λ : longueur d'onde

du quantum de rayonnement X change étant donné qu'une énergie cinétique est transmise à l'électron.

L'énergie et la quantité de mouvement sont conservées lors de la collision. L'électron est au repos avant la collision (voir fig. 1). Si v est la vitesse de l'électron après la collision et si λ_1 et λ_2

Fig. 1 Diffusion Compton d'un quantum de rayonnement X sur un électron au repos



sont les longueurs d'onde du quantum de rayonnement X avant et après la collision, il s'ensuit en vertu de la loi de la conservation de l'énergie l'expression relativiste

$$\frac{h \cdot c}{\lambda_1} + m_0 \cdot c^2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} + \frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (II)$$

m_0 : masse de l'électron

La quantité de mouvement d'un quantum de rayonnement X est

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (III)$$

La conservation de la quantité de mouvement est donc

$$\frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{\lambda_2} \cdot \cos \vartheta + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot v \cdot \cos \varphi$$

et

$$0 = \frac{h}{\lambda_2} \cdot \sin \vartheta + \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot v \cdot \sin \varphi \quad (IV)$$

ϑ, φ : angle de collision (voir fig. 1).

D'après les équations (II) et (IV), il est possible, après quelques modifications, de déduire pour le décalage de la longueur d'onde la relation

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \vartheta) \quad (V)$$

La grandeur

$$\frac{h}{m_0 \cdot c} = 2,43 \text{ pm} \quad (VI)$$

est caractérisée de longueur d'onde Compton λ_C . Elle est identique à la longueur d'onde d'un photon dont l'énergie est égale à l'énergie de repos de l'électron.

Matériel

1 appareil à rayons X	554 811
1 tube compteur à fenêtre pour rayonnements α , β , γ et X	559 01
1 Supplément Compton X-ray	554 836

Mise en évidence du décalage de la longueur d'onde:

La mise en évidence du décalage de la longueur d'onde est basée sur une disposition donnée par *R. W. Pohl* dans laquelle l'atténuation dans une feuille en cuivre du rayonnement X non diffusé est comparée à celle du rayonnement X diffusé par un corps en aluminium. La transmission T_{Cu} de la feuille en cuivre dépend de la longueur d'onde du rayonnement X (voir fig. 2). Un décalage de la longueur d'onde du rayonnement X par diffusion *Compton* se traduit donc par un changement de la transmission et du taux de comptage.

Pour l'exploitation, l'avantage est le fait qu'il est possible de paramétrer en bonne approximation la subordination à la longueur d'onde de la transmission de la feuille en cuivre sous la forme

$$T_{Cu} = e^{-a \cdot \left(\frac{\lambda}{100\text{pm}}\right)^n} \tag{VII}$$

avec $a = 7,6$ et $n = 2,75$.

On commence par mesurer le taux de comptage R_0 du rayonnement X diffusé par un corps en aluminium sans atténuation, ensuite, on mesure les taux de comptage R_1 et R_2 pour une disposition de la feuille en cuivre devant et derrière le diffuseur en aluminium (voir fig. 3). Comme les taux de comptage sont faibles, le taux de comptage R du bruit de fond sera lui aussi pris en compte. D'après les transmissions

$$T_1 = \frac{R_1 - R}{R_0 - R} \tag{VIII}$$

et

$$T_2 = \frac{R_2 - R}{R_0 - R} \tag{IX}$$

on calcule les longueurs d'ondes moyennes λ_1 du rayonnement X non diffusé et λ_2 du rayonnement X diffusé à l'aide de l'équation (VII). Le décalage cherché de la longueur d'onde

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \tag{X}$$

est selon les expressions (VII) à (IX)

$$\Delta\lambda = 100\text{pm} \cdot \left(\left(\frac{\ln(R_0 - R) - \ln(R_2 - R)}{a} \right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{\ln(R_0 - R) - \ln(R_1 - R)}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \tag{XI}$$

Conseils de sécurité

L'appareil à rayons X respecte les consignes relatives à la construction d'un appareillage à rayons X pour l'enseignement et d'un appareil à protection totale et est homologué en tant que tel (d'après le règlement allemand sur les rayonnements X).

Grâce aux mesures de protection et de blindage incorporées par le constructeur, le taux de dose hors de l'appareil est réduit à moins de $1 \mu\text{Sv/h}$, une valeur d'un ordre de grandeur correspondant à la dose d'irradiation naturelle.

- Avant la mise en service, s'assurer du bon état de l'appareil à rayons X et vérifier que la haute tension est bien coupée à l'ouverture des portes coulissantes (voir mode d'emploi de l'appareil à rayons X).
- Tenir l'appareil à rayons X à l'abri des personnes non autorisées.

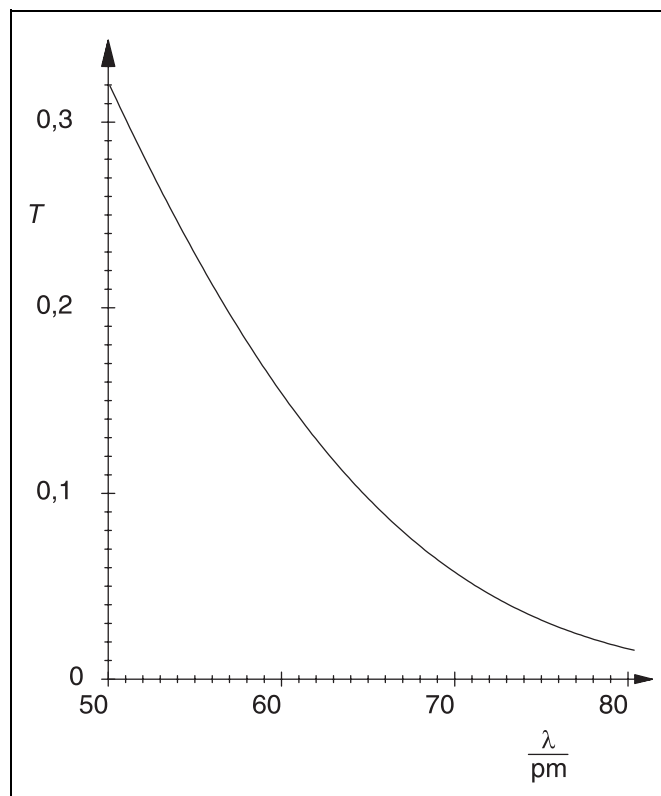
Eviter une surchauffe de l'anode dans le tube à rayons X Mo.

- A la mise en marche de l'appareil à rayons X, vérifier si le ventilateur dans la partie tube fonctionne.

Le goniomètre s'ajuste exclusivement par le biais de moteurs à pas électriques.

- Ne bloquer ni le bras de cible, ni le bras de capteur du goniomètre et ne pas modifier le réglage par force.

Fig. 2 Transmission de la feuille en cuivre ($d = 0,07 \text{ mm}$) dans la gamme de longueurs d'onde allant de 50 à 80 pm, mesurée dans les locaux de Leybold Didactic



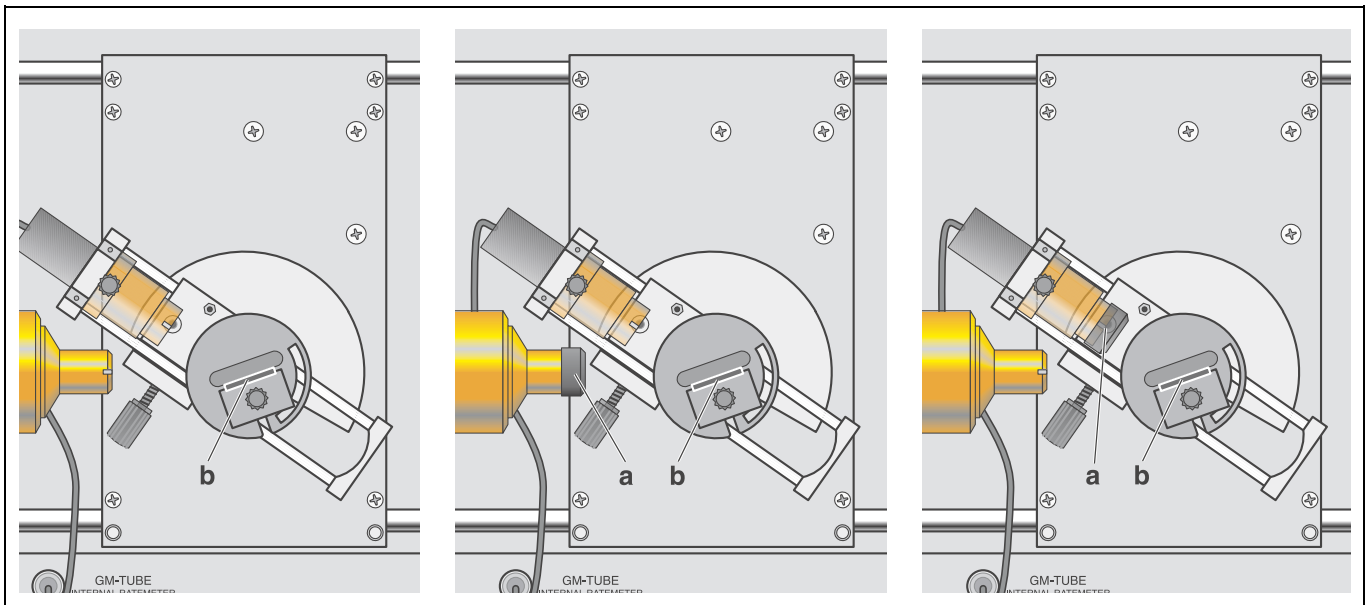


Fig. 3 Montage expérimental pour la mise en évidence du décalage de la longueur d'onde par diffusion Compton
à gauche: sans filtre en cuivre,
au centre: avec filtre en cuivre (a) devant le diffuseur en aluminium (b)
à droite: avec filtre en cuivre (a) derrière le diffuseur en aluminium (b)

Montage

Le montage expérimental est représenté sur la fig. 3. La marche à suivre est la suivante:

- Démontez le collimateur puis montez le filtre en zirconium livré avec l'appareil à rayons X du côté admission des rayons du collimateur.
- Installez le collimateur avec le filtre en zirconium.
- Eventuellement installez le goniomètre puis montez le tube compteur à fenêtre (voir le mode d'emploi de l'appareil à rayons X).
- Réglez un écartement entre le collimateur et la cible d'env. 5 cm et un écartement entre la cible et le diaphragme d'admission du détecteur d'env. 4 cm.
- Mettez en place en guise de cible, le diffuseur en aluminium du supplément Compton X-ray.
- Appuyez sur le bouton-poussoir target et réglez l'angle de la cible en faisant tourner à la main le bouton de réglage ADJUST pour le positionner sur 20° .
- Appuyez sur le bouton-poussoir sensor et réglez l'angle du capteur en faisant tourner à la main le bouton de réglage ADJUST pour le positionner sur 145° .

Réalisation

- Régler une haute tension du tube $U = 30$ kV et un courant d'émission $I = 1,00$ mA.
- Sélectionner un pas de progression angulaire $\Delta\beta = 0,0^\circ$.

a) sans filtre en cuivre:

- Sélectionner $\Delta t = 60$ s comme temps de mesure par pas angulaire.
- Lancer la mesure avec le bouton-poussoir SCAN et lorsque le temps de mesure est écoulé, appeler le taux de comptage moyen avec le bouton-poussoir Replay. Prendre note du résultat comme taux de comptage R_0 .

b) Filtre en cuivre devant le diffuseur en aluminium:

- Placer le filtre en cuivre sur le collimateur.
- Augmenter le temps de mesure par pas angulaire en réglant sur $\Delta t = 600$ s.
- Lancer la mesure avec le bouton-poussoir SCAN et lorsque le temps de mesure est écoulé, appeler le taux de comptage moyen avec le bouton-poussoir Replay. Prendre note du résultat comme taux de comptage R_1 .

c) Filtre en cuivre derrière le diffuseur en aluminium:

- Monter le filtre en cuivre sur le logement du capteur.
- Lancer la mesure avec le bouton-poussoir SCAN et lorsque le temps de mesure est écoulé, appeler le taux de comptage moyen avec le bouton-poussoir Replay. Prendre note du résultat comme taux de comptage R_2 .

d) Bruit de fond:

- Sélectionner un courant d'émission $I = 0$.
- Lancer la mesure avec le bouton-poussoir SCAN et lorsque le temps de mesure est écoulé, appeler le taux de comptage moyen avec le bouton-poussoir Replay. Prendre note du résultat comme taux de comptage R .

Exemple de mesure

$$U = 30 \text{ kV}, I = 1,00 \text{ mA}$$

$$\text{Angle de la cible} = 20^\circ, \text{ angle du capteur} = 145^\circ$$

- | | | |
|----|------------------------------|----------------------------|
| a) | $R_0 = 3,88 \text{ s}^{-1}$ | $\Delta t = 60 \text{ s}$ |
| b) | $R_1 = 0,669 \text{ s}^{-1}$ | $\Delta t = 600 \text{ s}$ |
| c) | $R_2 = 0,496 \text{ s}^{-1}$ | $\Delta t = 600 \text{ s}$ |
| d) | $R = 0,218 \text{ s}^{-1}$ | $\Delta t = 600 \text{ s}$ |

Exploitation et résultat

D'après les équations (VIII) et (IX), on a pour les transmissions $T_1 = 0,119$ et $T_2 = 0,071$

A l'aide de (VII), on calcule pour les longueurs d'onde du rayonnement X non diffusé et du rayonnement X diffusé

$$\lambda_1 = 62,6 \text{ pm et } \lambda_2 = 67,5 \text{ pm.}$$

et pour le décalage de la longueur d'onde

$$\Delta\lambda = (4,9 \pm 1,3) \text{ pm.}$$

(calcul de l'erreur statistique $\sigma_{\Delta\lambda}$ voir ci-après)

Comparaison avec la théorie de la diffusion Compton:

La valeur attendue conformément à (5) pour un angle de diffusion $\vartheta = 145^\circ$ vaut $\Delta\lambda = 4,42 \text{ pm}$.

Les dérivations partielles qui se manifestent peuvent être formulées par les abréviations

$$A_{01} = \frac{1}{R_0 - R} \cdot \frac{(100 \text{ pm})^n}{n \cdot a \cdot \lambda_1^{n-1}} = 3,0 \text{ pm} \cdot \text{s},$$

$$A_{02} = \frac{1}{R_0 - R} \cdot \frac{(100 \text{ pm})^n}{n \cdot a \cdot \lambda_2^{n-1}} = 2,6 \text{ pm} \cdot \text{s}$$

$$A_{11} = \frac{1}{R_1 - R} \cdot \frac{(100 \text{ pm})^n}{n \cdot a \cdot \lambda_1^{n-1}} = 24 \text{ pm} \cdot \text{s und}$$

$$A_{22} = \frac{1}{R_2 - R} \cdot \frac{(100 \text{ pm})^n}{n \cdot a \cdot \lambda_2^{n-1}} = 34 \text{ pm} \cdot \text{s}$$

sous la forme

$$\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R_0} = -A_{01} + A_{02} = -0,4 \text{ pm} \cdot \text{s},$$

$$\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R_1} = A_{11} = 24 \text{ pm} \cdot \text{s},$$

$$\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R_2} = -A_{22} = -34 \text{ pm} \cdot \text{s und}$$

$$\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R} = -A_{11} + A_{22} - A_{01} + A_{02} = +10 \text{ pm} \cdot \text{s}$$

Conformément aux attentes, les erreurs des deux taux de comptage R_1 et R_2 sont celles qui contribuent le plus à l'erreur statistique $\sigma_{\Delta\lambda}$ du décalage de la longueur d'onde, alors que l'influence du taux de comptage R_0 est largement négligeable.

Avec les valeurs numériques de l'exemple de mesure, on obtient

$$\sigma_{\Delta\lambda} = 1,3 \text{ pm}$$

Cette valeur peut être divisée en deux si on investit le quadruple du temps de mesure, notamment pour la mesure de R_1 et R_2 .

Corrections:

Outre la diffusion *Compton* inélastique, il faudrait également considérer la diffusion élastique du rayonnement X pour laquelle, conformément à la définition, aucun décalage de la longueur d'onde n'a lieu. Par rapport à T_1 , la transmission mesurée T_2 diminue moins que la transmission T_2 AN2 effectivement cherchée pour un rayonnement X diffusé de manière purement inélastique. Le décalage de la longueur d'onde $\Delta\lambda$ par diffusion *Compton* est par conséquent évalué trop faible lors de l'exploitation.

Information supplémentaire

Considération d'une erreur:

Pour la mesure d'un taux de comptage R dans un intervalle de temps Δt , on compte respectivement

$$N = R \cdot \Delta t$$

événements. L'erreur statistique du taux de comptage R est donc

$$\sigma_R = \frac{\sqrt{N}}{\Delta t} = \sqrt{\frac{R}{\Delta t}}.$$

Pour les taux de comptage cités dans l'exemple de mesure, on a

$$\sigma_{R_0} = 0,3 \text{ s}^{-1}, \sigma_{R_1} = 0,03 \text{ s}^{-1}, \sigma_{R_2} = 0,03 \text{ s}^{-1} \text{ et}$$

$$\sigma_R = 0,02 \text{ s}^{-1}$$

Ces erreurs se propagent lors de la détermination du décalage de la longueur d'onde $\Delta\lambda$. Pour son erreur statistique $\sigma_{\Delta\lambda}$, on a

$$\begin{aligned} (\sigma_{\Delta\lambda})^2 &= \left(\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R_1} \cdot \sigma_{R_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R_2} \cdot \sigma_{R_2} \right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R_0} \cdot \sigma_{R_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta\lambda}{\partial R} \cdot \sigma_R \right)^2 \end{aligned}$$