

Bestimmung der Scheitelfaktoren verschiedener Wechselstrom-Signalformen

Versuchsziele

- Bestimmung der Scheitelwerte verschiedener Wechselstrom-Signalformen
- Überprüfung der Unabhängigkeit der Spannungsmessung mit dem Joule-Wattmeter von der Wechselstrom-Signalform

Grundlagen

Eine zeitlich veränderliche Spannung erbringt an einem ohmschen Widerstand die Momentanleistung

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) = \frac{U(t)^2}{R} \quad (1)$$

Als Effektivwert U_{eff} der Wechselspannung wird die Spannung bezeichnet, die im zeitlichen Mittel die gleiche Leistung an einem ohmschen Verbraucher wie die Gleichspannung $U_{\text{eff}} = U_{\text{eff}}$ bewirkt. Der zeitliche Mittelwert der Leistung P ist definiert als

$$\bar{P} = \frac{1}{t} \int_0^t P(t) dt' = \frac{1}{R \cdot t} \int_0^t U^2(t) dt' \quad (2)$$

Daraus ergibt sich für den Effektivwert U_{eff}

$$\bar{P} = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} = \frac{1}{R \cdot t} \int_0^t U^2(t) dt' \quad \text{bzw.}$$

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t U^2(t) dt'} \quad (3)$$

Wegen dieser Rechenvorschrift nennt man den Effektivwert auch U_{RMS} . Die Abkürzung RMS („Root Mean Square“) steht für die Rechenschritte der Gleichung (3).

Verändert sich die Spannung periodisch, ist die Berechnung von U_{eff} einfach, da nur über eine Periodendauer gemittelt werden muss.

Der Scheitelfaktor oder Crest-Faktor σ einer Wechselspannung ist definiert als der Quotient aus der Amplitude U_0 (Scheitelwert der Wechselspannung) und dem Effektivwert U_{eff} :

$$\sigma = \frac{U_0}{U_{\text{eff}}} \quad (4)$$

Wird bei einem Messgerät der maximal zulässige Scheitelwert überschritten, sind die ermittelten Messwerte ungenau, da das Messgerät übersteuert wird.

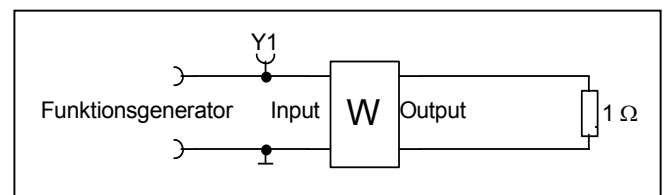


Abb. 1 Versuchsaufbau

Bei einer sinusförmigen Wechselspannung ist

$$U(t) = U_0 \sin \omega t \quad (5)$$

Damit ergibt sich aus Gleichung (4):

$$U_{\text{eff}} = U_0 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt} \quad (6)$$

Durch Integration erhält man mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (7)$$

Der Scheitelfaktor σ einer sinusförmigen Wechselspannung beträgt also

$$\sigma = \frac{U_0}{U_{\text{eff}}} = \sqrt{2} \quad (8)$$

Analog erhält man die Scheitelfaktoren für eine Dreiecksspannung $\sigma = \sqrt{3}$ und für eine Rechteckspannung $\sigma = 1$.

Im Experiment werden für verschiedene Wechselspannungssignale mit dem Joule- und Wattmeter die Effektivspannung U_{eff} und die mittlere Leistung \bar{P} gemessen. Anhand der Messwerte wird die Beziehung $U_{\text{eff}} = \sqrt{\bar{P} \cdot R}$ überprüft. Die Amplituden U_0 der verschiedenen Wechselspannungssignale werden mit dem Oszilloskop bestimmt. Anschließend werden die Scheitelfaktoren aus den gemessenen Werten berechnet.

Geräte

1 Joule- und Wattmeter.....	531 831
1 Funktionsgenerator P.....	522 56
1 Zweikanal-Oszilloskop 303	575 211
1 Messwiderstand 1 Ω	536 101
2 Paar Kabel 50 cm, rot/blau.....	501 45
1 Messkabel BNC / 4-mm-Stecker.....	575 24

Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 gezeigt. Für den Aufbau sind folgende Schritte nötig:

- Den Funktionsausgang des Funktionsgenerators P an den Eingang des Joule- und Wattmeters anschließen.
- Den Messwiderstand 1 Ω an den Ausgang des Joule- und Wattmeters anschließen.
- Mit dem Oszilloskop die Spannung am Funktionsausgang des Funktionsgenerators P abgreifen. Dabei die Erdung der Ein- bzw. Ausgänge beachten.
- Einstellungen am Funktionsgenerator:
Feinabschwächer der AC-Amplitude auf maximal stellen,
Grobabschwächer auf x1,
Steller der DC-Amplitude in Mittelstellung bringen,
Frequenz ca. 100Hz
- Einstellungen am Oszilloskop:
DC-Kopplung,
Trigger auf LF,
Empfindlichkeit 50mV/div,
Zeitbasis 2ms/div

Durchführung

- Den Funktionsgenerator einschalten und die Signalform Sinus einstellen.
- Am Joule- und Wattmeter mit dem Taster U , I , P die Messgröße U einstellen und die Effektivspannung U_{eff} ablesen. Für die mittlere Leistung \bar{P} die Messgröße P einstellen und den Wert ablesen.
- Mit dem Oszilloskop die Amplitude U_0 der Wechselspannung bestimmen.

Versuch für die Signalformen Dreieck und Rechteck wiederholen

Messbeispiel und Auswertung

Zur Überprüfung der Beziehung $U_{\text{eff}} = \sqrt{\bar{P} \cdot R}$ wird der Effektivwert $U_{\text{eff, ber}}$ der Wechselspannung aus dem gemessenen Wert \bar{P} ermittelt. Der Widerstand hat den Wert $R = 1 \Omega$.

Anschließend wird aus den Messwerten der Amplitude U_0 und des Effektivwerts U_{eff} der Wechselspannung der Scheitelfaktor mit Hilfe der Formel $\sigma = \frac{U_0}{U_{\text{eff}}}$ berechnet.

Die folgende Tabelle zeigt ein Messbeispiel und dessen Auswertung. Zum Vergleich sind für alle drei Signalformen die theoretisch erwarteten Werte σ_{th} der Scheitelfaktoren eingetragen.

Signalform	Sinus	Rechteck	Dreieck
$U_{\text{eff}} / \text{mV}$	70,5	99,0	57,1
P / mW	4,98	9,86	3,26
U_0 / mV	105	105	103
$U_{\text{eff, ber}} / \text{mV}$	70,6	99,3	57,1
σ_{exp}	1,48	1,06	1,80
σ_{th}	$\sqrt{2} = 1,41$	1	$\sqrt{3} = 1,73$

Die aus der gemessenen Leistung P berechneten Effektivwerte $U_{\text{eff, ber}}$ der Wechselspannung entsprechen den gemessenen Werten U_{eff} . Das Joule- und Wattmeter misst für die gewählten Signalformen die Effektivwerte der Wechselspannung mit hoher Genauigkeit. Für die in der Gebrauchsanweisung angegebene Messgenauigkeit von 1 % am Messbereichsende ist ein Grenzwert für den Scheitelfaktor von 2 angegeben. Dieser wird bei keiner der untersuchten Signalformen überschritten. Auch die aus den Messwerten berechneten Werte für die Scheitelfaktoren stimmen mit den theoretisch erwarteten Werten überein.