

Mécanique

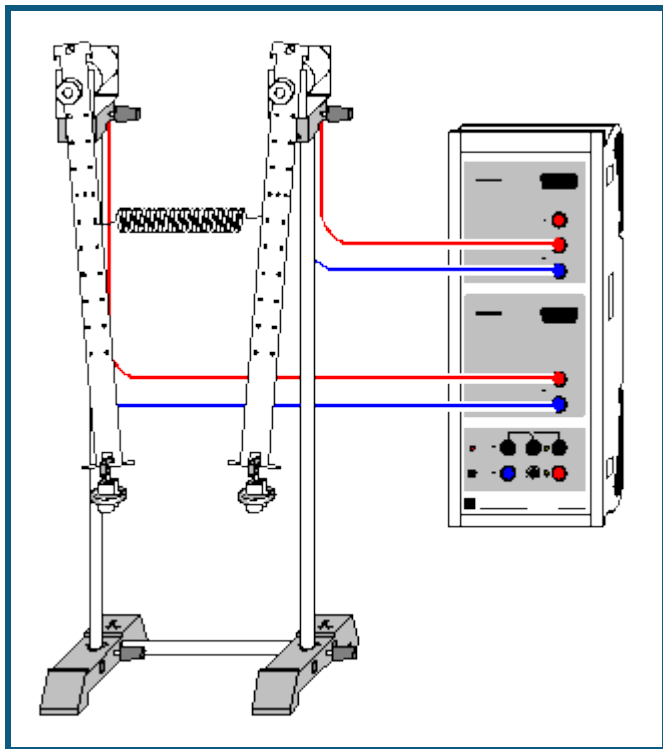
Etude des oscillations
Couplage d'oscillations

Pendules couplés - tracé et évaluation avec CASSY

Description tirée de CASSY Lab 2

Pour charger des exemples et des paramétrages, merci de bien vouloir utiliser l'aide de CASSY Lab 2.

Pendules couplés avec deux génératrices tachymétriques



Convient aussi pour [Pocket-CASSY](#)

Description de l'expérience

Deux pendules couplés oscillent en phase avec la fréquence f_1 s'ils ont été déviés avec le même écartement de leur position de repos. Si le deuxième pendule est dévié dans la direction opposée, les pendules oscillent alors en opposition de phase avec la fréquence f_2 . Si on ne dévie qu'un seul pendule, une oscillation couplée avec la fréquence

$$f_n = \frac{1}{2} (f_1 + f_2)$$

est alors créée, l'énergie d'oscillation étant transmise ici dans un mouvement de va-et-vient entre les deux pendules. Le premier pendule s'immobilise après un certain temps alors qu'au même instant, le second pendule atteint son amplitude la plus importante. Le temps qui s'écoule d'un point d'arrêt d'un pendule au suivant est appelé T_s . Pour la fréquence de battement correspondante, on a

$$f_s = |f_1 - f_2|.$$

Matériel requis




1	Sensor-CASSY	524 010 ou 524 013
1	CASSY Lab 2	524 220
1	paire de pendules droits	346 03
1	jeu de masses marquées	340 85
2	crochets de suspension, enfichables	de 314 04ET5
1	ressort à boudin, 3 N/m	352 10
2	générateurs tachymétriques STE	579 43
2	blocs de noix	301 25
1	tige, 25 cm, d = 10 mm	301 26
2	tige, 50 cm, d = 10 mm	301 27
2	embases MF	301 21
2	paires de câbles, 100 cm, rouges et bleus	501 46
1	PC avec Windows XP/Vista/7/8	

Montage expérimental (voir schéma)

Le mouvement des pendules est transmis aux génératrices tachymétriques. La tension des génératrices tachymétriques est mesurée aux entrées A et B du Sensor-CASSY. Pour modifier le couplage, il est possible de placer le ressort de couplage à des hauteurs différentes.

Procédure expérimentale

■ Charger les paramètres

- Lancer la mesure avec  et dévier les deux pendules en phase (la mesure s'arrête au bout de 30 s)
- Lancer la mesure avec  et dévier les deux pendules en opposition de phase (la mesure s'arrête au bout de 30 s)
- Lancer la mesure avec  et ne dévier que le premier pendule (la mesure s'arrête au bout de 30 s)

Exploitation

Dans la première représentation **Oscillations propres** (cliquer dessus avec la souris), les deux oscillations propres

$$U_+ = U_A + U_B$$

$$U_- = U_A - U_B$$

sont représentées. Avec l'excitation en phase, seule U_+ oscille avec la fréquence f_1 , avec l'excitation en opposition de phase, seule U_- oscille avec la fréquence f_2 . Ce n'est qu'après avoir heurté seulement le premier pendule que le système oscille avec les deux fréquences propres, créant ainsi le battement typique dans la représentation **Standard**.

Pour déterminer la fréquence de battement f_s et la nouvelle fréquence d'oscillation f_n , il est possible de s'aider par ex. de [lignes de marquage verticales](#) ou de [mesurer la différence](#) directement (pour augmenter la précision, il est préférable de calculer une moyenne sur plusieurs périodes pour la détermination de la fréquence d'oscillation f_n).

Dans l'exemple, on obtient $f_1 = 0,875$ Hz, $f_2 = 0,986$ Hz, $f_n = 0,93$ Hz, $f_s = 0,11$ Hz ceci vérifiant tout à fait la théorie $f_n = \frac{1}{2}(f_1 + f_2) = 0,93$ Hz et $f_s = |f_1 - f_2| = 0,11$ Hz.

Dans **Spectre de fréquences**, les fréquences et les amplitudes de U_+ , U_- et U_A peuvent être comparées entre elles. Les fréquences sont ici très faciles à déterminer sous forme de [valeurs principales des pics](#).

Théorie

Les équations du mouvement des pendules valent en ayant recours à des approximations appropriées (petites déviations, masse négligeable du ressort de couplage et de la tige du pendule, pas d'affaiblissement):

$$F_1 = ma_1 = -Dx_1 + C(x_2 - x_1)$$

$$F_2 = ma_2 = -Dx_2 - C(x_2 - x_1)$$

$-Dx_i$ (avec $D = mg/l$) décrit la force de rappel d'un pendule unique et $C(x_2 - x_1)$ décrit la force exercée par le couplage entre les deux pendules. La solution obtenue est la superposition

$$x(t) = A \cos(\omega_1 \cdot t) + B \cos(\omega_2 \cdot t)$$

avec les fréquences fondamentales ω_1 et ω_2 . Les conditions initiales spéciales donnent les valeurs pour A et B:

L'excitation en phase donne $A = x_0$, $B = 0$ (oscillation harmonique avec ω_1)

L'excitation en opposition de phase donne $A = 0$, $B = x_0$ (oscillation harmonique avec ω_2)

La déviation d'un seul pendule donne $A = B = \frac{1}{2} x_0$.

Dans le dernier cas, on a

$$x(t) = \frac{1}{2} x_0 (\cos(\omega_1 \cdot t) + \cos(\omega_2 \cdot t)) = x_0 \cos(\frac{1}{2} \omega_s \cdot t) \cos(\omega_n \cdot t)$$

avec $\omega_s = |\omega_1 - \omega_2|$ et $\omega_n = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ ou $f_s = |f_1 - f_2|$ et $f_n = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$.

Pour un petit écart des deux fréquences f_1 et f_2 , cette équation décrit une oscillation de fréquence f_n qui est modulée avec la fréquence f_s lente – donc un battement.