Mécanique

Etude des oscillations

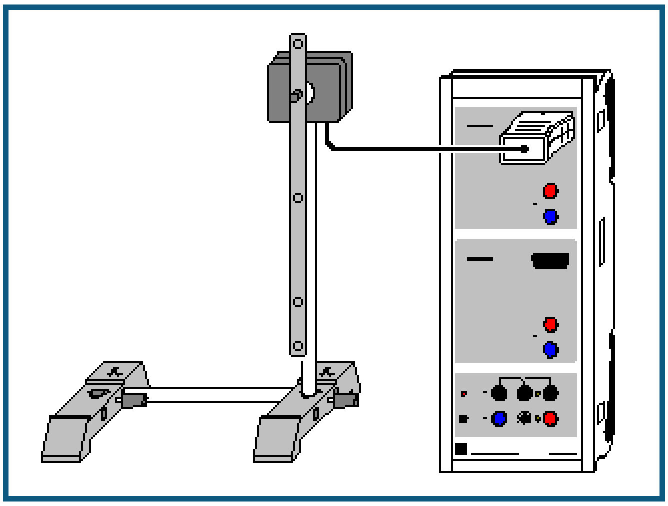
Pendule mathématique et pendule composé

Oscillation d'un pendule composé

Description tirée de CASSY Lab 2

Pour charger des exemples et des paramétrages, merci de bien vouloir utiliser l'aide de CASSY Lab 2.

Oscillations d'un pendule composé



Convient aussi pour Pocket-CASSY

Description de l'expérience

L'équation de mouvement pour un pendule physique de moment d'inertie J, de masse m et de distance s de l'axe de rotation au centre de gravité

$M = J\cdot\alpha'' = -m\cdot g\cdot s\cdot \sin\alpha$

décrit une oscillation harmonique pour de petites déviations ($\sin\alpha \approx \alpha$) de période

$T = 2\pi\cdot\mathrm{sqrt}(J/mgs)$.

Pour pouvoir se faire une meilleure idée de la chose, on introduit la notion de longueur réduite du pendule $l_r = J/ms$. La période d'oscillation est alors

$T = 2\pi\cdot\mathrm{sqrt}(l_r/g)$.

Avec le pendule mathématique, toute la masse du pendule est réunie en un point. Son moment d'inertie est donc $J = ms^2$ et la longueur réduite du pendule est $l_r = J/ms$ et donc égale à la distance entre la masse du pendule (centre de gravité) et l'axe de rotation.

Un pendule physique de longueur réduite l_r correspond donc à un pendule mathématique de cette longueur.

Dans la présente expérience, on détermine la longueur réduite du pendule à partir de la période d'oscillation mesurée et on la compare à la longueur réduite, calculée du pendule.

Matériel requis

1	Sensor-CASSY	524 010 ou 524 013
1	CASSY Lab 2	524 220
1	capteur de mouvement de rotation S	524 082
1	pendule physique	346 20
1	tige, 25 cm, d = 10 mm	301 26
2	embases MF	301 21
1	PC avec Windows XP/Vista/7/8	

Montage expérimental (voir schéma)

Visser le pendule sur l'axe du capteur de mouvement de rotation.

Procédure expérimentale

Charger les paramétrages

- Définir le zéro à la position d'équilibre du pendule (→ **0** ← dans paramétrages αA1).
- Ecarter le pendule de seulement environ 5° et le relâcher.
- Lancer la mesure avec . La mesure s'interrompt automatiquement au bout de 10 s.
- Recommencer la mesure sans masse additionnelle ou avec une autre masse.

Exploitation

Après quelques oscillations, il est possible de déterminer le temps écoulé pour ces oscillations grâce à une ligne verticale et à partir de celui-ci, la période d'oscillation moyenne. Dans l'exemple, on obtient T = 0,840 s. Il en résulte avec g = 9,81 m/s^2, la longueur réduite du pendule $l_r = g\cdot T^2/4\pi^2$ = 17,5 cm.

Ceci coïncide bien avec la longueur réduite du pendule l_r approximativement calculée de la tige. Le moment d'inertie de la tige lors de la rotation par le centre de gravité est $J_S = 1/12\cdot ml^2$. Avec ce pendule, l'axe de rotation est distant de la valeur $s = 1/3\cdot l$ du centre de gravité. Selon le théorème de Steiner, on a par conséquent $J = J_S + ms^2 = 7/36\ ml^2$ et $lr = 7/36\cdot ml^2 / ms = 7/12\cdot l$ = 17,5 cm (pour l = 30 cm).

Inversement, on peut aussi déduire l'accélération de la pesanteur $g = l_r\cdot 4\pi^2/T^2$ de la longueur réduite calculée du pendule et de la période mesurée.

Détermination expérimentale de la longueur réduite du pendule

Si on déplace une masse coulissante de masse m_2 sur la tige du pendule tant que la période T reste inchangée par rapport à la tige sans masse coulissante, la longueur réduite du pendule l_r est alors elle aussi inchangée. Du fait de la position x alors atteinte par la masse coulissante (ponctuelle), le moment d'inertie du pendule augmente de $J_2 = m_2\cdot x^2$. Comme la longueur réduite du pendule l_r n'a pas changé, on a

$l_r = J/ms = (J + J_2)/(m + m_2)/s'$

avec s' la distance qui sépare le nouveau centre de gravité et l'axe de rotation, soit $s' = (m\cdot s+m_2\cdot x)/(m+m_2)$. Il s'ensuit

$J/ms = (J + m_2\cdot x^2)/(m\cdot s+m_2\cdot x) = J/ms \cdot (1 + m_2\cdot x^2/J)/(1 + m_2\cdot x/ms)$ ou $m_2\cdot x^2/J = m_2\cdot x/ms$, donc

$x = J/ms = l_r$.

La masse coulissante (ponctuelle) est donc exactement au niveau de la longueur réduite du pendule. Mais comme elle a en réalité une extension définie, il ne s'agit que d'une approximation.