

Bestimmung der Elektrischen Elementarladung nach Millikan und Nachweis der Ladungsquantelung

Aufzeichnung und Auswertung mit CASSY

Versuchsziele

- Aufnahme der Sink- bzw. der Steigzeit der Öltröpfchen in Abhängigkeit von der Spannung zwischen Kondensatorplatten.
- Vergleich von Ergebnissen der Schweb- bzw. Sink-/Steigmethode.
- Nachweis der These, dass Ladungen q nur als Vielfaches der Elementarladung e vorkommen: $q = n \cdot e$, mit ganzzahligem n .
- Bestimmung der Elementarladung e und Vergleich mit dem Literaturwert $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C.

Versuchsbeschreibung

R.A. Millikan gelang 1910 mit seiner berühmten Öltröpfchenmethode der Nachweis des quantenhaften Auftretens kleinster Elektrizitätsmengen. Er beobachtete geladene Öltröpfchen im senkrechten elektrischen Feld eines Plattenkondensators mit Plattenabstand d und bestimmte aus ihrem Radius r und dem elektrischen Feld $E = U/d$ (dabei ist U die an den Platten angelegte Spannung) die Ladung q eines schwebenden Tröpfchens. Dabei stellte er fest, dass q nur als ganzzahliges Vielfaches einer Elementarladung e auftritt, also $q = n \cdot e$.

Theorie

Wenn ein Öltröpfchen mit Radius r_0 mit einer Geschwindigkeit $-v_1$ ohne des angelegten elektrischen Feldes E nach unten sinkt (fällt), dann wirkt auf dieses Öltröpfchen die der Erdanziehungskraft F_g entgegengesetzte Stokessche Rei-

bungskraft $F_1 = 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_1$ (η ist die Viskosität von Luft). Da die Geschwindigkeit v_1 konstant ist ($a=0$), gilt das Kräftegleichgewicht:

$$0 = F_g + F_1.$$

Wenn das gleiche Öltröpfchen mit der Geschwindigkeit v_2 in einem angelegten elektrischen Feld E nach oben steigt, dann gilt für die entgegengesetzte Stokessche Reibungskraft $F_2 = -6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_2$. Auch in diesem Falle gilt das Kräftegleichgewicht und mit Berücksichtigung der elektrischen Kraft $q_0 \cdot E = q_0 \cdot U/d$ (dabei ist q_0 die Ladung des Öltröpfchens) erhalten wir:

$$0 = (q_0 \cdot U/d + F_g) + F_2.$$

Wenn wir die beiden Gleichungen von einander abziehen, so fällt die Erdanziehungskraft F_g weg und wir erhalten insgesamt:

$$0 = q_0 \cdot U/d + (F_2 - F_1) = q_0 \cdot U/d - 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot (v_1 + v_2).$$

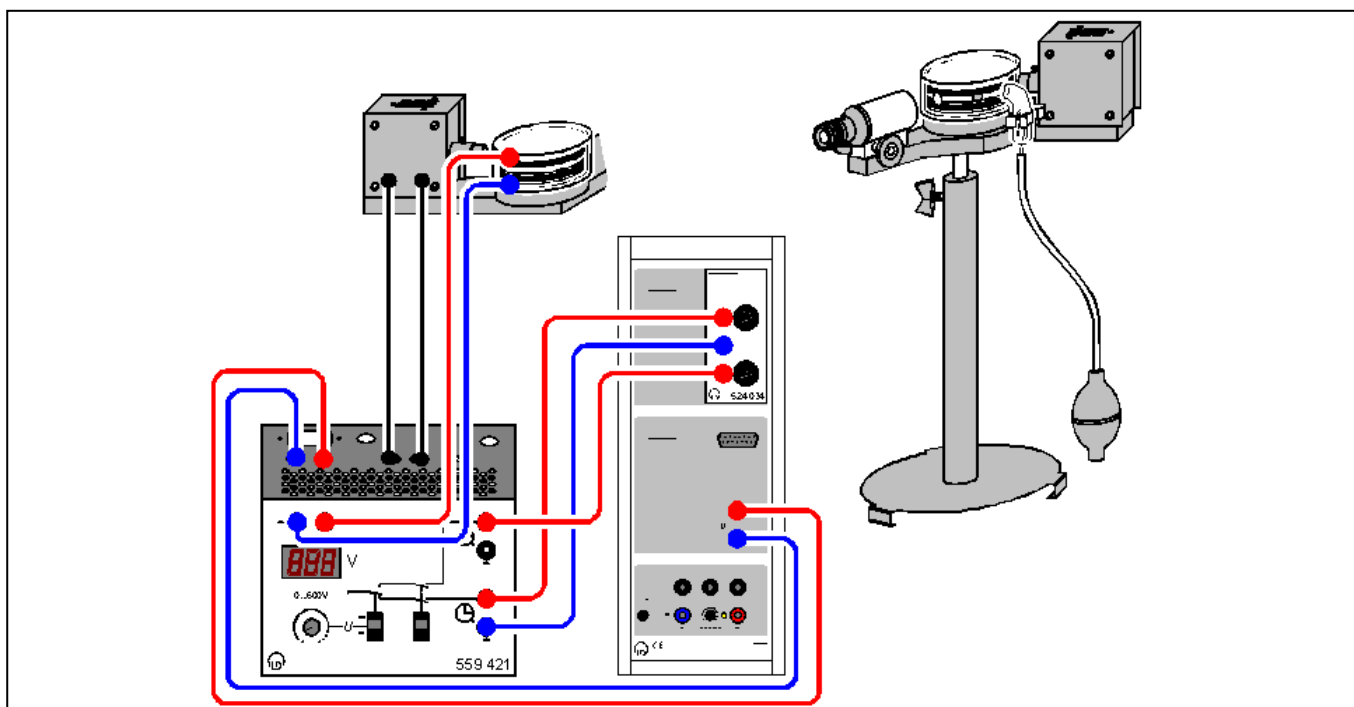


Abb. 1: Versuchsaufbau: Millikan-Versuch.

Daraus erhalten wir also:

$$q_0 = 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot d \cdot (v_1 + v_2) / U.$$

Um die Ladung q_0 zu ermitteln, fehlt also nur noch der Radius r_0 des betrachteten Öltröpfchens, der sich aber leicht aus dem Kräftegleichgewicht seiner *resultierenden Gewichtskraft* $F = V \cdot \Delta\rho \cdot g$ und der Stokeschen Reibung F_1 im Sinkfall ergibt, wobei $\Delta\rho$ der Dichteunterschied zwischen Öl und Luft ist. Es gilt also:

$$0 = F + F_1 = \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \right) \cdot \Delta\rho \cdot g - 6\pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_1 \quad \text{oder}$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_1}{2 \cdot \Delta\rho \cdot g}}.$$

Für eine genauere Ermittlung der Ladung q (der tatsächlichen Ladung des Tröpfchens) sollte man berücksichtigen, dass die Stokesche Reibung für sehr kleine Radien r korrigiert werden muss, weil diese in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle liegen. Die vom Luftdruck p abhängige korrigierte Formel für die Reibungskraft lautet:

$$F = \frac{6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v}{\left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)}$$

mit $b = 80 \mu\text{m} \cdot \text{hPa}$ (konstant).

Mit der Abkürzung $A = b/p$ ergibt sich der korrigierte Radius r zu

$$r = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2}{4}} - \frac{A}{2}$$

und die korrigierte Ladung q zu

$$q = \frac{q_0}{\left(1 + \frac{A}{r}\right)^{1,5}}.$$

Geräte

1	Sensor-CASSY.....	524 010/13
1	CASSY Lab 2.....	524 220
1	Timer-Box.....	524 034
1	Millikan-Gerät.....	559 411
1	Millikan-Betriebsgerät.....	559 421
1	Experimentierkabel, 50 cm, rot.....	500 421
3	Paar Kabel, 50 cm, rot und blau.....	501 45
1	Paar Kabel, 50 cm, schwarz.....	501 451
1	PC mit Windows XP/Vista/7	

Schwebemethode

In dieser Variante des Experiments wird die Spannung U am Plattenkondensator so eingestellt, dass ein ausgesuchtes Öltröpfchen schwebt, also die Steiggeschwindigkeit $v_2 = 0$ ist. Die Sinkgeschwindigkeit v_1 wird nach Abschalten der Kondensatorspannung U gemessen. Wegen $v_2 = 0$ vereinfachen sich die oben angegebenen Formeln etwas.

Es lässt sich allerdings prinzipiell $v_2 = 0$ nicht sehr genau einstellen. Damit ergeben sich bei der Schwebemethode größere Messfehler und breitere Streuungen in der Häufigkeitsverteilung, als dies bei der folgenden Methode der Fall ist.

Sink-/Steigmethode

In der zweiten Variante werden beide Geschwindigkeiten v_1 und v_2 sowie die Spannung U gemessen. Diese Methode lässt genauere Messwerte als bei der Schwebemethode zu, weil die Geschwindigkeit v_2 wirklich gemessen wird.

Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 1 dargestellt. Millikan-Gerät nach Gebrauchsanweisung zusammenbauen, Öl einfüllen und Schaltung gemäß Skizze aufbauen. Dazu Stoppuhrausgang 1 mit Eingang E und Stoppuhrausgang 2 mit Eingang F der Timer-Box verbinden. Den Spannungsausgang des Betriebsgeräts mit Eingang B des Sensor-CASSYs verbinden.

Achtung

Das Mikroskop erzeugt ein umgekehrtes Bild. Alle Bewegungsrichtungen erscheinen deshalb umgekehrt. Es wird im Folgenden aber die reale Bewegung beschrieben.

Zur besseren Demonstration der Öltröpfchen ist die Aufnahme des Mikroskopbildes mit einer Videokamera (z. B. VideoFlex von ken-a-vision) empfehlenswert. In diesem Fall kann die Kamera auch "über Kopf" aufnehmen, so dass die sichtbare Bewegungsrichtung wieder der realen Bewegungsrichtung entspricht

Versuchsdurchführung

Dieser Versuch erfordert eine hohe Konzentration. Die Spannung U wird variiert während man in das Okular des Mikroskops schaut. Das gleiche gilt für das Starten bzw. das Stoppen der Zeitmessung. Außerdem ist beim Versuch Vorsicht geboten. Man soll nicht das Öl verschütten und alle Vibrationen, insbesondere verursacht durch das Einspritzen von Öl, vermeiden.

a) Schwebemethode

- Einstellungen in CASSY Lab laden.
- Okularmikrometer senkrecht stellen und durch Drehen des schwarzen Okularringes scharf stellen.
- Zunächst Schalter U und t nach unten stellen.
- Kondensatorspannung mit Schalter U einschalten und mit Drehpotentiometer so einstellen (400-600 V), dass ein ausgewähltes Öltröpfchen mit etwa 1-2 Skalenteilen/Sekunde steigt (also im Okular sinkt). Danach die Spannung erniedrigen, bis das Öltröpfchen gerade schwebt.
- Kondensatorspannung mit Schalter U ausschalten.
- Sobald sich das Öltröpfchen neben einem gewählten Skalenstrich befindet, Zeitmessung mit Schalter t starten.

- Sobald das Öltröpfchen um 20 weitere Skalenstriche (entspricht 1 mm) gesunken (also im Okular gestiegen) ist, Zeitmessung mit Schalter t wieder stoppen und Kondensatorspannung mit Schalter U wieder einschalten.
- Messwerte für die Sinkzeit t_1 und die Spannung U mit in die Tabelle übernehmen. Die berechnete Ladung q wird automatisch im Histogramm eingetragen.
- Messung für andere Öltröpfchen wiederholen.

b) Sink-/Steigmethode

- Einstellungen in CASSY Lab laden.
- Okularmikrometer senkrecht stellen und durch Drehen des schwarzen Okularringes scharf stellen.
- Zunächst Schalter U und t nach unten stellen.
- Kondensatorspannung mit Schalter U einschalten und mit Drehpotentiometer so einstellen (400-600 V), dass ein ausgewähltes Öltröpfchen mit etwa 1-2 Skalenteilen/Sekunde steigt (also im Okular sinkt).
- Kondensatorspannung mit Schalter U ausschalten.
- Sobald sich das Öltröpfchen neben einem gewählten Skalenstrich befindet, Zeitmessung mit Schalter t starten.
- Sobald das Öltröpfchen um 20 weitere Skalenstriche (entspricht 1 mm) gesunken (also im Okular gestiegen) ist, Kondensatorspannung mit Schalter U wieder einschalten. Dies startet automatisch die Zeitmessung t_2 .
- Sobald sich das Öltröpfchen wieder neben dem ersten Skalenstrich befindet, Zeitmessung mit Schalter t stoppen.
- Messwerte für die Sinkzeit t_1 , die Steigzeit t_2 und die Spannung U mit in die Tabelle übernehmen. Die berechnete Ladung q wird automatisch im Histogramm eingetragen.
- Messung für andere Öltröpfchen wiederholen.

Auswertung

Zur Auswertung besteht die Möglichkeit, in der gemessenen Häufigkeitsverteilung Mittelwerte einzuzichnen und die Beziehung $q = n \cdot e$ (mit $e = 1,6022 \cdot 10^{-19}$ C) zu bestätigen.

Hinweise

Werden Öltröpfchen mit geringer Ladung ausgesucht, wird die Statistik schneller aussagekräftig. Öltröpfchen geringer Ladung erkennt man daran, dass sie klein sind und sich im elektrischen Feld relativ langsam bewegen.

Bleibt im Unterricht zu wenig Zeit, um etwa 20-30 Öltröpfchen zu verfolgen, dann kann vor der Messung das Beispiel mit den Beispielmesswerten anstelle der nackten Einstellungen geladen werden. Die neu gemessenen Werte erscheinen im Histogramm dann als rote Balken und bestätigen so mit der üblichen statistischen Ungewissheit die schwarze Beispielmessung.

Zur Messung der negativen Ladungen q müssen die Anschlüsse sowohl am Plattenkondensator als auch am CASSY-Eingang B vertauscht werden.

Weicht der örtliche Luftdruck stark von 1013 hPa ab, dann sollte der Luftdruck in der Formel zum Korrekturparameter A entsprechend geändert werden. Dann stimmen allerdings eventuell angezeigte Beispielwerte nicht mehr.

Messbeispiele

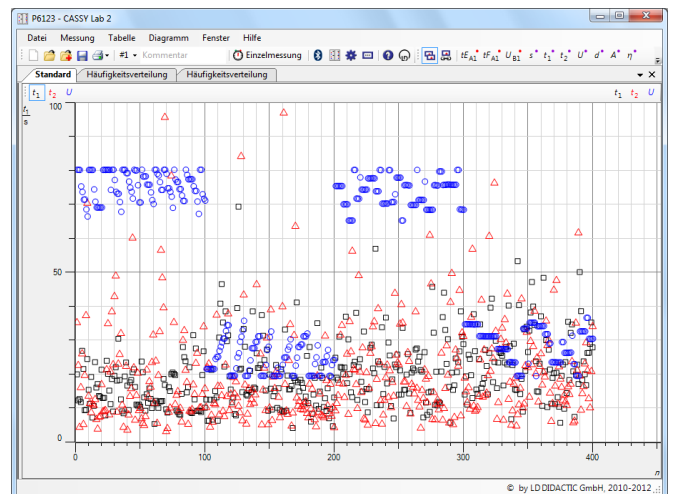


Abb. 2: Darstellung aufgenommener Werte bei der Sink-/Steigmethode von insgesamt 400 beobachteten Öltröpfchen. Dargestellt sind die Sinkzeit t_1 (\square), die Steigzeit t_2 (Δ) sowie die zugehörige Spannung U (\circ).

Man beachte, dass zur selben Spannung U (z. B. bei den ersten 100 Werten) durchaus verschiedene Zeiten t_1 und t_2 gehören.

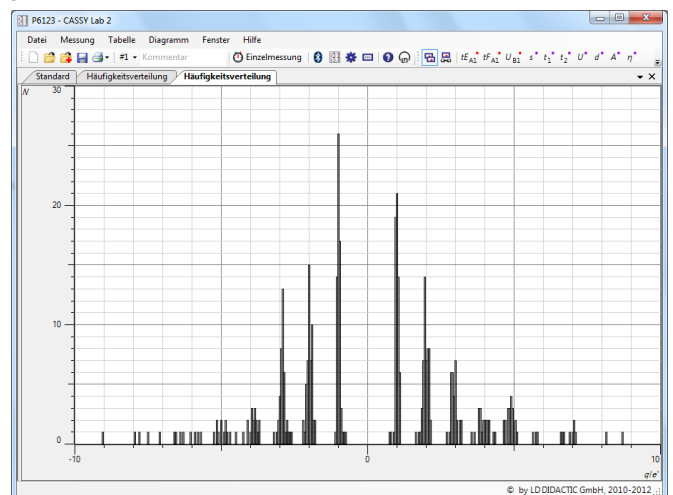


Abb. 3: Histogrammdarstellung der Häufigkeit der berechneten Werte von q/e .

Die gemessenen Werte von q/e sind auf der x-Achse aufgetragen. Die Balkenbreite in Abb. 3 beträgt 0,05. Die Anzahl der innerhalb dieser Balkenbreite vorgekommenen Werte entspricht genau der Höhe der zugehörigen Balken. Man beachte, dass sich die Balken gerade um ganzzahlige Werte von q/e häufen, was die Beziehung $q = n \cdot e$ bestätigt.