

## Bestimmung der zeitlichen Kohärenz und Linienbreite von Spektrallinien mit dem Michelson-Interferometer

### Versuchsziele

- Bestimmung der Wellenlänge der grünen Spektrallinie einer Hg-Spektrallampe mit einem Michelson-Interferometer
- Bestimmung der Kohärenzlänge der grünen Spektrallinie einer Hg-Spektrallampe mit einem Michelson-Interferometer
- Berechnung der Kohärenzzeit und Linienbreite der grünen Spektrallinie

### Grundlagen

Kohärenz ist die Fähigkeit unterschiedlicher Wellen, stationäre Interferenzerscheinungen hervorzurufen. Eine zeitlich stationäre Interferenzstruktur kann nur dann beobachtet werden, wenn sich die Phasendifferenzen zwischen beliebigen Teilwellen in einem festen Punkt während der Beobachtungszeit um weniger als  $2\pi$  ändern. Man nennt die Teilwellen dann zeitlich kohärent. Die maximale Zeitspanne  $\Delta t$ , während der sich die Phasendifferenzen zwischen allen überlagerten Teilwellen um höchstens  $2\pi$  ändern, heißt Kohärenzzeit.

Die Kohärenzzeit  $\Delta t_c$  ist direkt mit der spektralen Breite  $\Delta\nu$  der Lichtquelle verknüpft. Es gilt  $\Delta t_c = \frac{1}{\Delta\nu}$ . Durch die

Bestimmung der Kohärenzzeit  $\Delta t_c$  kann so die spektrale Breite  $\Delta\nu$  oder  $\Delta\lambda$  einer Lichtquelle, z.B. einzelner Spektrallinien, bestimmt werden aus

$$\Delta\nu = \frac{1}{\Delta t_c} \quad \text{oder} \quad \Delta\lambda = \frac{1}{c} \frac{\lambda_0^2}{\Delta t_c} \quad (I)$$

Oft wird statt der Kohärenzzeit die Kohärenzlänge verwendet. Damit wird die Strecke

$$\Delta s_c = \frac{c}{n} \Delta t_c \quad (II)$$

bezeichnet, die das Licht in einem Medium mit Brechungsindex  $n$  während der Kohärenzzeit zurücklegt.

Natürliche Linienbreiten für Spektrallinien im sichtbaren Spektralbereich betragen ca.  $\Delta\lambda \approx 10^{-14}$  m. Dies entspricht einer Kohärenzzeit von etwa  $10^{-8}$  s bzw. einer Kohärenzlänge von 30 m. Die in handelsüblichen Spektrallampen vorhandenen Temperatur- und Druckverhältnisse führen jedoch bereits zu einer deutlichen Verbreiterung der Spektrallinien.

Der in Spektrallampen meist dominante Effekt für die Linienverbreiterung ist die Druckverbreiterung. Erfolgt während der Lichtemission ein Stoß mit einem weiteren Atom, so führt dies zu einer Änderung der Photonenenergie und/oder der Phase der emittierten Welle und somit zu einer Veränderung der Linienbreite. Dieser Effekt hängt linear mit dem Gasdruck zusammen und führt zusätzlich auch zu einer Verschiebung der Spektrallinien.

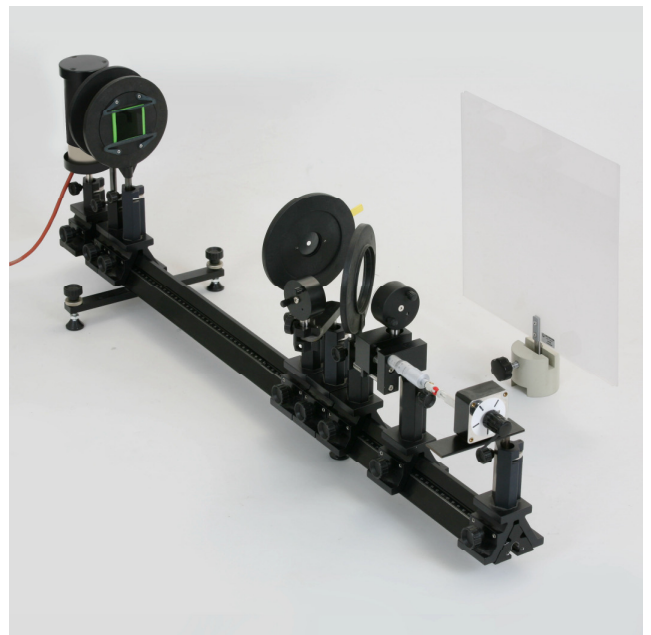


Abb. 1: Versuchsaufbau

Ein weiterer Teil der Linienverbreiterung ist auf den Dopplereffekt zurückzuführen, da sich die Atome während der Emission statistisch im Raum bewegen. Dieser Verbreiterungsmechanismus nimmt linear mit der Translationsgeschwindigkeit der Atome und damit für zunehmende Temperaturen wie  $\sqrt{T}$  zu.

Im sichtbaren Spektralbereich übertrifft die Dopplerverbreiterung die natürliche Linienbreite um etwa zwei Größenordnungen. Typische Kohärenzlängen betragen viele Meter für Laser, einige Zentimeter für Spektrallinien und wenige Mikrometer für Weißlichtquellen. Sie lassen sich z.B. mit dem Michelson-Interferometer messen. Das Michelson-Interferometer gehört zur Familie der Zweistrahlinterferometer. Die interferometrischen Messungen basieren bei diesem Interferometertyp auf folgendem Prinzip:

Der aus einer Lichtquelle kommende kohärente Lichtstrahl wird durch einen halbdurchlässigen Spiegel in zwei Teile aufgespaltet. Die Teilstrahlen durchlaufen unterschiedliche Wege, werden in sich reflektiert, schließlich wieder zusammengeführt und überlagern sich. Durch die Überlagerung der Lichtwellen entsteht ein Interferenzbild.

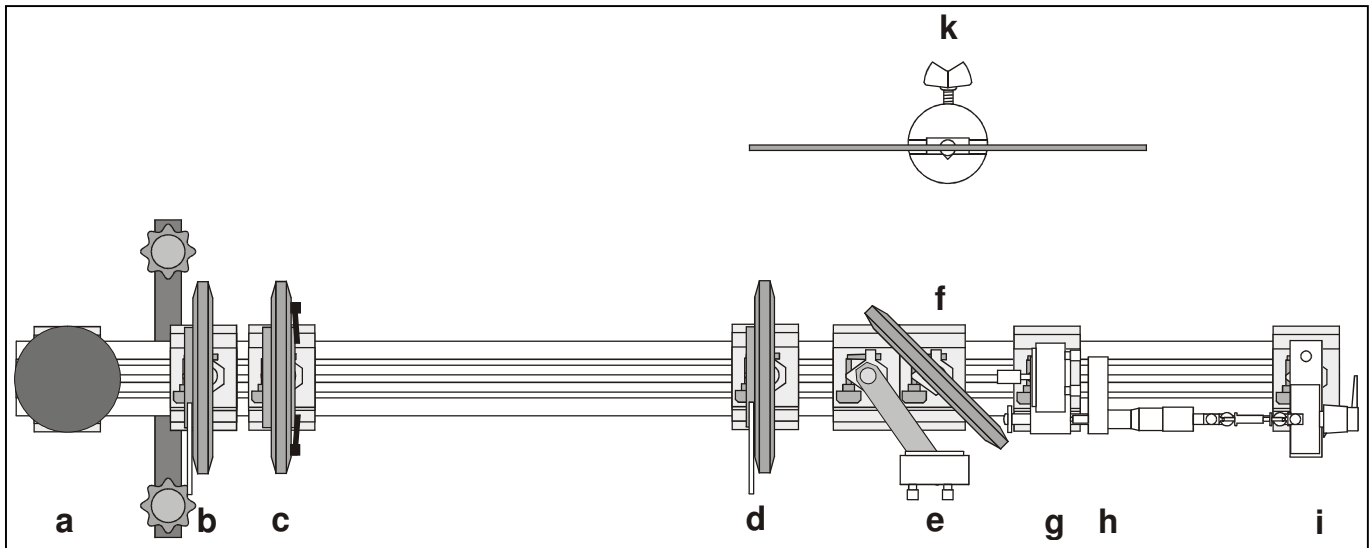


Abb. 2: Aufbau des Michelson-Interferometers auf der optischen Bank von oben betrachtet

- a Spektrallampe Hg 100
- b, d Irisblende
- c Monochromatischer Lichtfilter, gelb-grün
- e, g Planspiegel, feinjustierbar
- f Strahlenteiler
- h Feinstelltrieb
- i Untersetzungsgetriebe des Feinstelltriebs
- k Durchscheinender Schirm

Sendet die Lichtquelle ein leicht divergentes Lichtbündel aus, unterscheiden sich die Gangunterschiede an verschiedenen Orten auf dem Schirm. Daher erhält man keine homogene Intensitätsverteilung sondern ein System aus hellen und dunklen Interferenzringen bzw. ein System aus hellen und dunklen Streifen, wenn nur ein Ausschnitt des Ringsystems sichtbar ist.

Im Versuch wird zunächst die Wellenlänge  $\lambda$  der grünen Spektrallinie einer Hg-Spektrallampe bestimmt, indem einer der Planspiegel des Michelson-Interferometers mit einem Feinstelltrieb um eine genau bestimmte Strecke  $\Delta s$  verschoben wird, wodurch sich die optische Weglänge des betroffenen Teilstrahls ändert. Während dieser Verschiebung wandern die Interferenzstreifen auf dem Beobachtungsschirm. Zur Auswertung werden entweder die Intensitätsmaxima oder die Intensitätsminima gezählt, die an einem festgelegten Punkt auf dem Beobachtungsschirm vorbeilaufen, während der Planspiegel verschoben wird.

Zur Bestimmung der Kohärenzlänge werden die Positionen des verschiebbaren Planspiegels bestimmt, bei denen gerade noch Interferenz beobachtet werden kann. Aus der Weglängendifferenz ergibt sich direkt die Kohärenzlänge  $\Delta s_C$ , aus der zusätzlich Kohärenzzeit  $\Delta t_C$  und Linienbreite  $\Delta \nu$  der Spektrallinie bestimmt werden können.

### Geräte

1 Spektrallampe Hg 100.....	451 062
1 Gehäuse für Spektrallampen.....	451 16
1 Universaldrossel 230 V, 50 Hz.....	451 30
1 Optische Bank mit Normalprofil, 1 m.....	460 32
1 Optikreiter 60/50.....	460 373
7 Optikreiter 90/50.....	460 374
2 Planspiegel, feinjustierbar.....	473 461
1 Feinstelltrieb.....	473 48
1 Verlängerungsarm.....	460 380
1 Strahlenteiler.....	471 88
2 Irisblenden.....	460 26
1 Monochromatischer Lichtfilter, gelb-grün.....	468 07
1 Halter mit Federklemmen.....	460 22
1 Durchscheinender Schirm.....	441 53
1 Sockel.....	300 11

### Hinweis:

Der Versuch kann auch für Einzellinien anderer Spektrallampen mit einem jeweils passenden Filter durchgeführt werden. Geeignet sind z.B. die Kombinationen:

- Spektrallampe He (451 031) mit Monochromatischem Lichtfilter dunkelrot (468 01) oder gelb (468 05).
- Spektrallampe Cd (451 041) mit Monochromatischem Lichtfilter rot (468 03)

Ein Versuchsaufbau mit dem Kreuzverbinder (460 342) ist am Ende des Handblatts gezeigt.

### Sicherheitshinweise:

Spektrallampe (451 062) in Gehäuse (451 16) nur über Universaldrossel (451 30) ans Netz anschließen.

Zwischen Lichtaustrittsöffnung und optischem Element (z.B. Blende, Linse) einen Mindestabstand von 3 cm einhalten, um Überhitzung durch Wärmestau auszuschließen.

## Aufbau

*Hinweis: Messungen in einem möglichst vollständig verdunkelten Raum durchführen.*

*Optische Komponenten mit beschädigten oder verschmutzten Oberflächen können Störungen im Interferenzmuster hervorrufen:*

*Planspiegel und Strahlteiler sehr sorgfältig behandeln, staubfrei aufbewahren und nicht mit bloßen Händen anfassen.*

Der Versuchsaufbau ist in der Abbildung 2 dargestellt. Zum Aufbau sind folgende Schritte nötig:

### Montage auf der optischen Bank:

- Die Spektrallampe Hg 100 (**a**) im Optikreiter 60/50 an einem Ende der optischen Bank anbringen.
- Das Untersetzungsgetriebe des Feinstelltriebs (**i**) mit der Magnetbank auf dem Getriebetisch befestigen und am anderen Ende der optischen Bank anbringen.
- Einen Planspiegel (**g**) oben in den Feinstelltrieb (**h**) einspannen und vor dem Untersetzungsgetriebe (**i**) auf der Bank montieren.
- Die Doppelkreuzgelenk-Kupplung vorsichtig an den Gelenkkopf der Mikrometerschraube des Feinstelltriebs (**h**) klemmen.
- Den Optikreiter des Feinstelltriebs (**h**) so verschieben und die Getriebetischhöhe des Untersetzungsgetriebes (**i**) so einstellen, dass das Kupplungsgestänge weder völlig gestreckt noch gestaucht wird. Andernfalls kann später die Messung durch Verschieben des Feinstelltriebs verfälscht werden.
- Den Winkel zwischen den einzelnen Gliedern der Gelenkkupplung so klein wie möglich halten (auf keinen Fall größer als  $45^\circ$ ).
- Eine der Irisblenden (**b**) ca. 5 cm hinter der Spektrallampe Hg 100, die zweite Irisblende (**d**) ca. 25 cm vor dem Planspiegel montieren, so dass die Blendenmitten auf gleicher Höhe sind.
- Die Universaldrossel an die Spektrallampe anschließen und einschalten; Aufwärmphase von einigen Minuten abwarten.

### Justage des Planspiegels (**g**)

Nach der Justage des Planspiegels (**g**) soll das Licht der Spektrallampe in sich zurückreflektiert werden. Nur dann führt eine Verschiebung des Planspiegels (**g**) über den Feinstelltrieb nicht zu einer Verlagerung des Strahls.

- Die Irisblenden (**b,d**) möglichst weit schließen.
- Den Planspiegel (**g**) durch Verstellen der Justierschrauben auf der Rückseite so ausrichten, dass der reflektierte Strahl sowohl Irisblende (**d**) als auch Irisblende (**b**) mittig trifft.

Ab jetzt dürfen die Justierschrauben des Planspiegels (**g**) nicht mehr verstellt werden! Ein Verstellen des Planspiegels (**g**) würde dazu führen, dass ein Verschieben des Planspiegels (**g**) mit dem Feinstelltrieb eine Verlagerung des reflektierten Strahls bewirkt und somit die Teilstrahlen nicht mehr richtig überlagert werden.

### Strahlenteiler (**f**) und zweiter Planspiegel (**e**)

- Den Strahlenteiler (**f**) möglichst dicht vor dem Planspiegel (**g**) aufbauen, so dass der komplette Hub des Feinstelltriebs noch genutzt werden kann. Die verspiegelte Seite des Strahlenteilers zeigt zur Spektrallampe.

- Den Strahlenteiler (**f**) so drehen, dass der vom Planspiegel (**g**) reflektierte Strahl um  $90^\circ$  abgelenkt wird.
- Den durchscheinenden Schirm (**k**) im Sockel befestigen und neben der optischen Bank so aufstellen, dass er mittig getroffen wird.
- Den zweiten Planspiegel (**e**) in den Verlängerungsarm einspannen und so auf der optischen Bank montieren, dass der Planspiegel von dem vom Strahlenteiler reflektierten Teilstrahl mittig getroffen wird. Der Abstand des Planspiegels (**e**) und des Planspiegels (**g**) vom Strahlenteiler (**f**) sollten etwa gleich groß sein. Aufgrund der relativ kleinen Kohärenzlänge der Spektrallampe von einigen Millimetern darf sich die optische Weglänge der beiden Interferometerarme nur wenig unterscheiden. Ggf. die Positionen von Planspiegel (**e**) und/oder Strahlenteiler (**f**) anpassen.

### Überlagerung der Teilstrahlen

Zur Überlagerung nur Planspiegel (**e**) (auf Verlängerungsarm) verstellen!

- Den Planspiegel (**e**) durch Verstellen der Justierschrauben auf der Rückseite so ausrichten, dass der Strahl nahezu in sich reflektiert wird und nach der Transmission durch den Strahlenteiler mit dem ersten Teilstrahl zusammentrifft.
- Durch Feinjustage des Planspiegels (**e**) die Strahlen der beiden Interferometerarme vollständig zur Deckung bringen. Hierzu ist es hilfreich, den vom Planspiegel (**e**) reflektierten Strahl direkt vor dem Planspiegel (**e**) teilweise mit einem Stück festem Papier (z.B. Visitenkarte) abzudecken. Die Position des vorbei gelassenen Teilstrahls kann so gut mit der Position des vom Planspiegel (**g**) reflektierten Strahls verglichen werden.
- Die Irisblende (**d**) ganz öffnen.

Auf dem Schirm sollten nun Interferenzstreifen oder –ringe sichtbar sein (siehe Abb. 3).

- Den Planspiegel (**e**) vorsichtig so verstellen, dass auf dem Schirm ein konzentrisches Ringsystem mittig im ausgeleuchteten Bereich sichtbar ist.
- Die Irisblende (**b**) so weit öffnen, dass der Kontrast des Interferenzmusters noch nicht beeinträchtigt wird.

### Durchführung

Während des Versuchs:

- Mechanische Erschütterungen der optischen Bank vermeiden (z.B. nicht am Tisch wackeln).
- Entstehung von Luftschlieren im Aufbau, z.B. durch Luftzug, vermeiden.
- Eine Stelle auf dem durchscheinenden Schirm (**k**) markieren, an der die vorbeiziehenden Interferenzstreifen gezählt werden können.
- Aufgrund des Getriebebaus den Getriebeknopf durch leichtes Anlegen des Fingers an den Hebel des Untersetzungsgetriebes (**i**) langsam und gleichmäßig verstellen (ggf. mehrere Umdrehungen), bis sich die Interferenzstreifen in Bewegung setzen.
- Anschließend mit dem Getriebeknopf mindestens eine weitere Umdrehung vollziehen, bevor mit der Messung begonnen wird.

*Hinweis: bei „ruckelnder“ Bewegung des Planspiegels und somit des Interferenzmusters muss die Gleitbuchse des Feinstelltriebes geschmiert werden.*

### Bestimmung der Wellenlänge der grünen Hg-Spektrallinie

- Das Monochromatische Lichtfilter, gelb-grün, im Halter mit Federklemmen festklemmen und hinter der Irisblende (b) auf der optischen Bank montieren.
- Den Getriebeknopf drehen und gleichzeitig die an der Markierung vorbeiziehenden Interferenzstreifen (ca. 100) und die Umdrehungen des Untersetzungsgetriebes zählen.

### Bestimmung der Kohärenzlänge der Spektrallinie

- Getriebeknopf weiterdrehen, bis das Interferenzbild gerade noch zu sehen ist. Stellung auf der Mikrometerschraube des Feinstelltriebes ablesen.
- Getriebeknopf in die andere Richtung drehen, so dass das Interferenzbild wieder erscheint. Soweit weiterdrehen, bis das Interferenzbild wiederum gerade noch zu sehen ist und Stellung auf der Mikrometerschraube des Feinstelltriebes ablesen.

### Messbeispiele und Auswertung

#### Bestimmung der Wellenlänge der grünen Hg-Spektrallinie

Die Zahl  $N$  der Umdrehungen des Untersetzungsgetriebes, die Gesamtverschiebung  $\Delta s$  des Planspiegels, die Wellenlänge  $\lambda$  der Spektrallinie und die Anzahl  $Z$  der Intensitätsmaxima stehen in folgendem Zusammenhang:

$$Z \cdot \lambda = 2 \cdot \Delta s \text{ mit } \Delta s = N \cdot 5 \mu\text{m}$$

Durch den Faktor 2 wird in dieser Gleichung berücksichtigt, dass der geometrische Weg sowohl für den ankommenden als auch für den reflektierten Strahl um  $\Delta s$  verändert wird.

Für  $\lambda$  gilt also die Bestimmungsgleichung

$$\lambda = 2 \cdot \frac{\Delta s}{Z} = 2 \cdot \frac{N \cdot 5 \mu\text{m}}{Z}$$

In einer Beispielmessung ergab sich für die Anzahl der ausgezählten Intensitätsmaxima  $Z = 73$  und für die Zahl der Umdrehungen  $N = 4$ . Daraus erhält man für die Wellenlänge der grünen Spektrallinie der Hg Spektrallampe:

$$\lambda = 548 \text{ nm.}$$

Der Literaturwert beträgt  $\lambda_{theo} = 546,01 \text{ nm}$ .

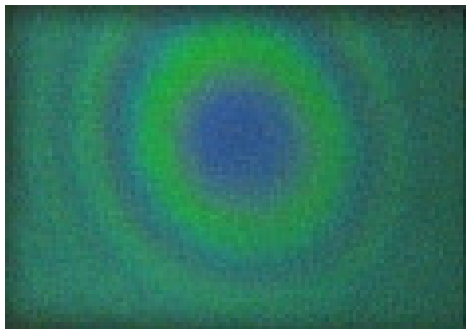


Abb. 3: Interferenzbild auf Schirm ohne Lichtfilter

### Bestimmung der Kohärenzlänge der Spektrallinie

Die Kohärenzlänge  $\Delta s_C$  ergibt sich aus der Differenz der beiden optischen Weglängen und damit der beiden Spiegelpositionen  $x_1$  und  $x_2$ , an denen jeweils gerade noch Interferenz beobachtet werden kann:

$$\Delta s_C = 2 (x_2 - x_1)$$

Die Beispielmessung ergab  $x_1 = 12,5 \text{ mm}$ ,  $x_2 = 18,7 \text{ mm}$  und damit  $\Delta s_C = 12,4 \text{ mm}$ .

### Berechnung der Kohärenzzeit und der Linienbreite der Spektrallinie

Aus Gleichung (II) ergibt sich für die Kohärenzzeit

$$\Delta t_C = \frac{n}{c} \Delta s_C.$$

Mit  $\Delta s_C = 12,4 \text{ mm}$  erhält man mit  $n = 1,0$  und  $c = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  für die Kohärenzzeit  $\Delta t_C = 4,1 \cdot 10^{-11} \text{ s}$ .

Die Linienbreite der grünen Hg Spektrallinie ergibt sich aus

$$\text{Gleichung (I): } \Delta \nu = \frac{1}{\Delta t_C} \text{ bzw. } \Delta \lambda = \frac{1}{c} \frac{\lambda_0^2}{\Delta t_C}.$$

Für  $\Delta t_C = 4,1 \cdot 10^{-11} \text{ s}$  und  $\lambda = 548 \text{ nm}$  erhält man daraus

$$\Delta \nu = 2,4 \cdot 10^{10} \frac{1}{\text{s}} \text{ bzw. } \Delta \lambda = 2,4 \cdot 10^{-11} \text{ m.}$$

### Diskussion

Durch die interferometrische Messung kann die Wellenlänge der grünen Spektrallinie der Hg Spektrallampe genau bestimmt werden. Die Messgenauigkeit ist um so besser, je größer die Gesamtverschiebung  $\Delta s$  und damit die Zahl der Umdrehungen und die Anzahl der ausgezählten Intensitätsmaxima ist.

Die beobachtete Kohärenzlänge von 12,5 mm zeigt, wie in den Grundlagen beschrieben, dass die Temperatur- und Druckverhältnisse in der Hg-Spektrallampe schon zu einer deutlichen Verbreiterung der Spektrallinie führt.

Der Einfluss von unterschiedlichen Druck- und Temperaturbedingungen auf die Kohärenzlänge und damit auch auf die Linienbreite wird in Versuch P5.3.4.5 genauer untersucht.

### Hinweise:

Entfernt man den Monochromatischen Farbfilter, gelb-grün, aus dem Strahlengang und bewegt den Planspiegel (g) vorsichtig durch Drehen des Getriebeknopf, so fällt auf, dass man für bestimmte Positionen Interferenzbilder mit starkem Hell-Dunkel-Kontrast sieht, während bei anderen Positionen ein farbiges Ringsystem beobachten kann.

Bei Doppellinien führt die Überlagerung im Michelson-Interferometer zu einer zusätzlichen Intensitätsmodulation. Dieser Effekt kann genutzt werden, um die Linienaufspaltung von Doppellinien zu bestimmen (siehe Versuch P5.3.4.6).

Alternativer Versuchsaufbau mit Kreuzverbinder (460 342)

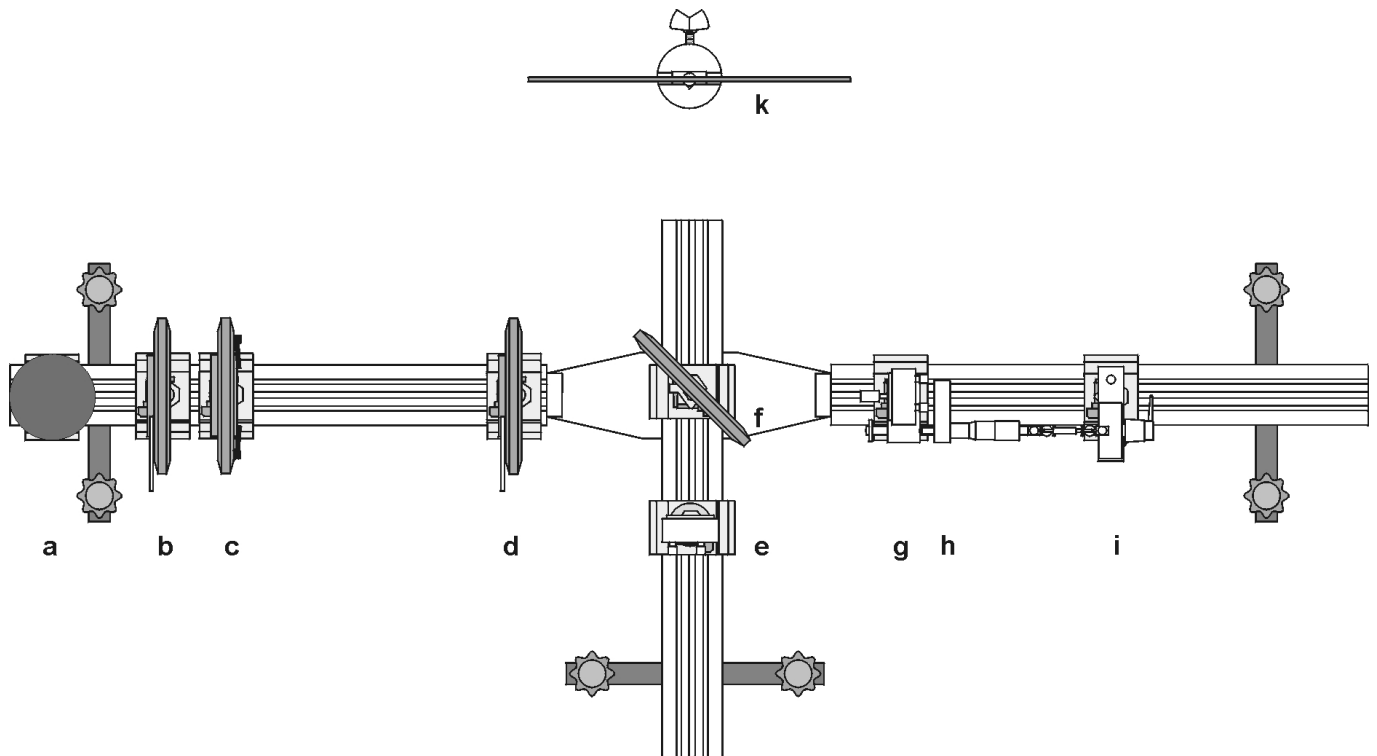


Abb. 4: Aufbau des Michelson-Interferometers auf der optischen Bank von oben betrachtet

- a Spektrallampe Hg 100
- b, d Irisblende
- c Monochromatischer Lichtfilter, gelb-grün
- e Planspiegel, feinjustierbar, auf Verlängerungsstiel
- f Strahlenteiler
- g Planspiegel, feinjustierbar
- h Feinstelltrieb
- i Untersetzungsgetriebe des Feinstelltriebs
- k Durchscheinender Schirm

Die optischen Bänke mit Hilfe des Kreuzverbinders kreuzförmig verbinden (siehe Abbildung 4). Aufbau und Justage der optischen Komponenten erfolgt analog zum Aufbau auf einer Schiene.

**Geräte**

1 Spektrallampe Hg 100.....	451 062
1 Gehäuse für Spektrallampen.....	451 16
1 Universaldrossel 230 V, 50 Hz .....	451 30
3 Optische Bank mit Normalprofil, 0,5 m .....	460 335
1 Kreuzverbinder.....	460 342
1 Optikreiter 60/50.....	460 373
7 Optikreiter 90/50.....	460 374
1 Verlängerungsstiel .....	460 385
2 Planspiegel, feinjustierbar .....	473 461
1 Feinstelltrieb.....	473 48
1 Strahlenteiler .....	471 88
2 Irisblenden.....	460 26
1 Monochromatischer Lichtfilter, gelb-grün .....	468 07
1 Halter mit Federklemmen .....	460 22
1 Durchscheinender Schirm .....	441 53
1 Sockel .....	300 11

