

Beugung am Doppelspalt und an Mehrfachspalten

Versuchsziele

- Untersuchung der Beugung am Doppelspalt bei verschiedenen Spaltabständen.
- Untersuchung der Beugung am Doppelspalt bei verschiedenen Spaltbreiten.
- Untersuchung der Beugung an Mehrfachspalten bei verschiedenen Spaltanzahlen.

Grundlagen

Die Natur des Lichtes war lange umstritten. *Christiaan Huygens* interpretierte das Licht 1690 als ein Wellenphänomen; *Isaac Newton* beschrieb 1704 den Lichtstrahl als einen Strom von Teilchen. Die Quantenmechanik löste diesen Widerspruch und schuf das Bild vom Welle-Teilchen-Dualismus.

Beugung am Doppelspalt:

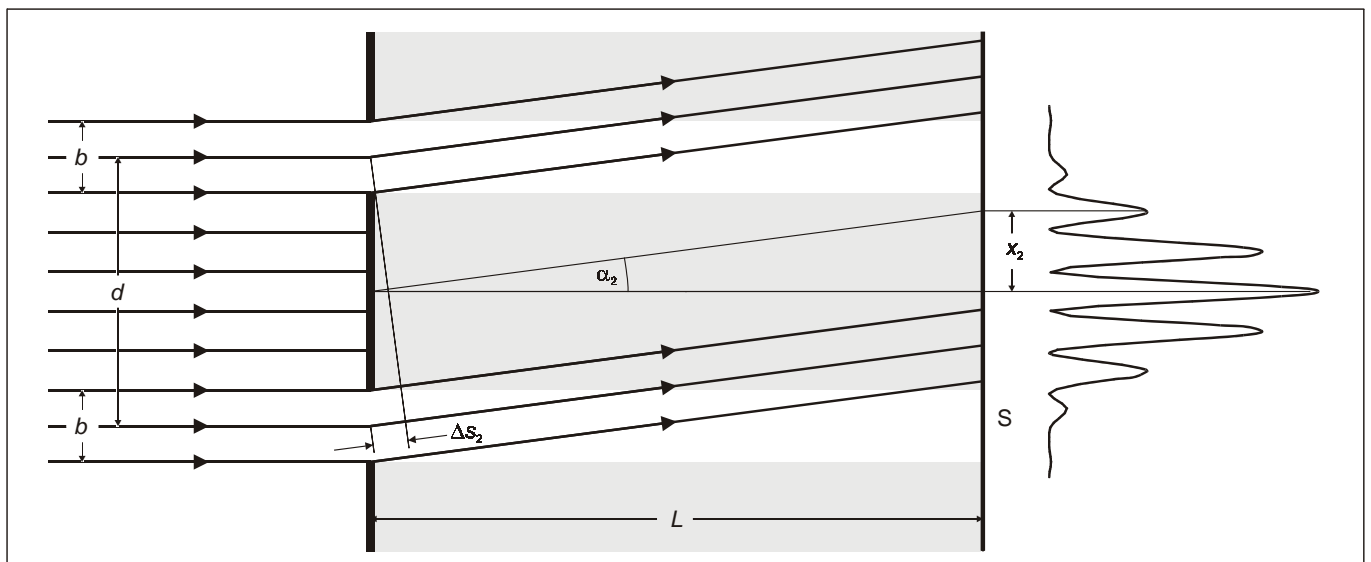
Einen besonders deutlichen Hinweis auf die Wellennatur des Lichtes lieferte das Experiment zur Beugung am Doppelspalt nach *T. Young*. Es lässt sich heute mit dem intensiven und

kohärenten Licht eines He-Ne-Lasers ohne großen Aufwand nachvollziehen:

Durch Beugung des parallel einfallenden Lichtes an zwei eng benachbarten Spalten gleicher Öffnung breitet sich das Licht auch im geometrischen Schatten der Spaltblenden (in Fig. 1 grau unterlegt) aus. Auf einem Schirm hinter dem Doppelspalt beobachtet man außerdem ein System aus hellen und dunklen Streifen. Dies kann mit den Gesetzen der Strahlenoptik nicht erklärt werden.

Eine Erklärung ist möglich, wenn dem Licht Welleneigenschaften zugeschrieben werden und die Spalte als zwei kohärente Lichtquellen betrachtet werden, deren Lichtbündel sich überlagern. Die Überlagerung führt in bestimmten Richtungen zur Auslöschung bzw. zur Verstärkung der Intensität. In einem einfachen Ansatz werden zunächst die von den Spalten ausgehenden Lichtbündel in (unendlich) viele Teilbündel zerlegt. Dann lässt sich an Hand von Fig. 1 plausibel machen, dass die maximale Intensität dort auftritt, wo es zu jedem Teilbündel aus dem ersten Spalt genau ein Teilbündel aus dem zweiten Spalt gibt und sich beide konstruktiv überla-

Fig. 1 Schematische Darstellung zur Beugung des Lichtes am Doppelspalt
 b : Spaltbreite, d : Spaltabstand
 L : Abstand des Schirmes vom Doppelspalt
 x_2 : Abstand des zweiten Maximums vom Zentrum
 α_2 : Beobachtungsrichtung für das zweite Maximum
 Δs_2 : Gangunterschied der Mittelpunktstrahlen
 S : Beobachtungsschirm



Geräte

1 Blende mit 3 Doppelspalten	469 84
1 Blende mit 4 Doppelspalten	469 85
1 Blende mit 5 Mehrfachspalten	469 86
1 He-Ne-Laser, linear polarisiert	471 830
1 Halter mit Federklemmen	460 22
1 Linse $f = +5$ mm	460 01
1 Linse $f = +50$ mm	460 02
1 Optische Bank, Normalprofil 1 m	460 32
4 Optikreiter, H = 60 mm/B = 36 mm	460 370
1 Durchscheinender Schirm	441 53
1 Sockel	300 11

gern. Dies ist für die unter dem Winkel α_n austretenden Teilbündel jedes Mal dann erfüllt, wenn der Gangunterschied Δs_n zwischen den (eingezeichneten) Mittelpunktstrahlen ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge λ des Lichtes ist:

$$\Delta s_n = n \cdot \lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (I)$$

Für kleine Beugungswinkel gilt näherungsweise:

$$\frac{\Delta s_n}{d} \approx \alpha_n \approx \frac{x_n}{L} \quad (II)$$

Die Intensitätsmaxima liegen auf dem Schirm – vom Zentrum des Beugungsbildes aus gemessen – also an den Orten

$$x_n = n \cdot L \cdot \frac{\lambda}{d} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (III);$$

d.h. ihr Abstand a beträgt

$$a = x_{n+1} - x_n = L \cdot \lambda \cdot \frac{1}{d} \quad (IV)$$

Genau mittig zwischen jeweils zwei Intensitätsmaxima liegt ein Intensitätsminimum. Daher ist der Abstand von einem Minimum zum nächsten ebenfalls durch (IV) gegeben.

Es sei ausdrücklich erwähnt, dass hier die *Fraunhofersche* Betrachtungsweise zugrundegelegt, bei der parallele Wellenfronten des Lichtes vor und hinter dem Beugungsobjekt untersucht werden. Dies entspricht auf der einen Seite einer unendlich weit vom Beugungsobjekt entfernten Lichtquelle und auf der anderen Seite einem unendlich weit vom Be-

gungsobjekt entfernten Beobachtungsschirm. Bei der *Fresnelschen* Betrachtungsweise befindet sich die Lichtquelle und der Beobachtungsschirm im endlichen Abstand vom Beugungsobjekt. Die Berechnung von Beugungsbildern ist bei der *Fraunhoferschen* Beugung jedoch einfacher.

Die Intensität aller Maxima wäre gleich groß, d.h. die hellen Streifen wiesen die gleiche Helligkeit auf, wenn die Beugung des Lichtes an den einzelnen Spalten mit gleicher Intensität in alle Richtungen erfolgen würde. Die Beugung am Einzelspalt hängt jedoch vom Beobachtungswinkel α ab. Daher ist die hinter dem Doppelspalt beobachtete Beugungsfigur durch die Beugung am Einzelspalt moduliert. Für eine genaue Berechnung der Beugungsfigur summiert man die Schwingungszustände aller von den Spalten ausgehenden Teilbündel unter Berücksichtigung ihrer Phasendifferenzen auf und erhält die Feldstärkenamplitude A des gebeugten Lichts an einem beliebigen Ort x auf dem Schirm. Aus der so berechneten Amplitudenverteilung $A(x)$ erhält man unmittelbar die Intensitätsverteilung $I(x) = A^2(x)$.

Fig. 2 zeigt links im Überblick das Beugungsbild des Doppelspaltes für verschiedene Spaltabstände d bei gleicher Spaltbreite b . Man erkennt leicht, dass die Maxima mit zunehmendem Spaltabstand immer enger beieinander liegen. Ihre Intensität ist nicht konstant, da sie durch die Beugung am Einzelspalt beeinflusst wird. Es ist daher sinnvoll, zur Bestimmung des in (IV) definierten Abstandes a auf dem Schirm, die Abstände der Minima und nicht die der Maxima zu bestimmen.

Die gleiche Abbildung zeigt rechts das Beugungsbild des Doppelspaltes für verschiedene Spaltbreiten b bei gleichem Spaltabstand d . Der Abstand der Maxima ist jetzt in allen drei Fällen gleich, jedoch ändern sich ihre Intensitäten, da die Beugung am Einzelspalt unterschiedlichen Einfluss nimmt.

Beugung am Mehrfachspalt:

Die Überlegung zur Bestimmung der Maxima bei der Beugung am Doppelspalt lässt sich unmittelbar auf die Beugung an einem Mehrfachspalt mit N äquidistanten Spalten gleicher Öffnung übertragen. Ist Gl. (I) erfüllt, so interferieren die Lichtbündel aller N Spalte konstruktiv miteinander. Die Gln. (III) und (IV) gelten also auch für Mehrfachspalte.

Mathematisch aufwändiger ist die Bestimmung der Intensitätsminima: Man findet ein Minimum zwischen dem n -ten und dem $(n+1)$ -ten Maximum, wenn der Gangunterschied zwischen den Mittelpunktstrahlen benachbarter Spalte die Bedingung

$$\Delta s = n \cdot \lambda + m \cdot \frac{\lambda}{N} \quad m = 1, \dots, N - 1 \quad (V)$$

erfüllt. Bei diesem Gangunterschied interferieren die Teilbündel aus den N Spalten gerade so, dass die Gesamtintensität Null wird. Fig. 3 verdeutlicht dies an Hand sogenannter Zeigerdarstellungen, in denen die Phasendifferenzen zwischen den von den verschiedenen Spalten ausgehenden Teilbündel berücksichtigt wird.

Zwischen jeweils zwei Maxima gibt es also $N - 1$ Minima. Dazwischen sind $N - 2$ sogenannte Nebenmaxima zu finden, deren Intensität kleiner als die der sogenannten Hauptmaxima ist. Letzteres gilt jedoch nur, solange der Einfluss der Beugung am Einzelspalt auf das gesamte Beugungsbild vernachlässigt werden kann. Fig. 4 zeigt im Überblick die Abhängigkeit des Beugungsbildes von der Anzahl der Spalte N . Da gleiche Spaltabstände gewählt sind, sind die Abstände der Hauptmaxima für alle Spaltanzahlen gleich. Mit zunehmender Anzahl N der Spalte nimmt die Intensität der Nebenmaxima im Vergleich zu den Hauptmaxima ab.

Sicherheitshinweise

Der He-Ne-Laser genügt den „Sicherheitstechnischen Anforderungen für Lehr-, Lern- und Ausbildungsmittel-Laser; DIN 58126 Teil 6“ für Laser Klasse 2. Bei Beachtung der entsprechenden Hinweise in der Gebrauchsanleitung ist das Experimentieren mit dem He-Ne-Laser ungefährlich.

- Nicht in den direkten oder reflektierenden Laserstrahl blicken.
- Überschreitung der Blendungsgrenze vermeiden (d. h. kein Beobachter darf sich geblendet fühlen).

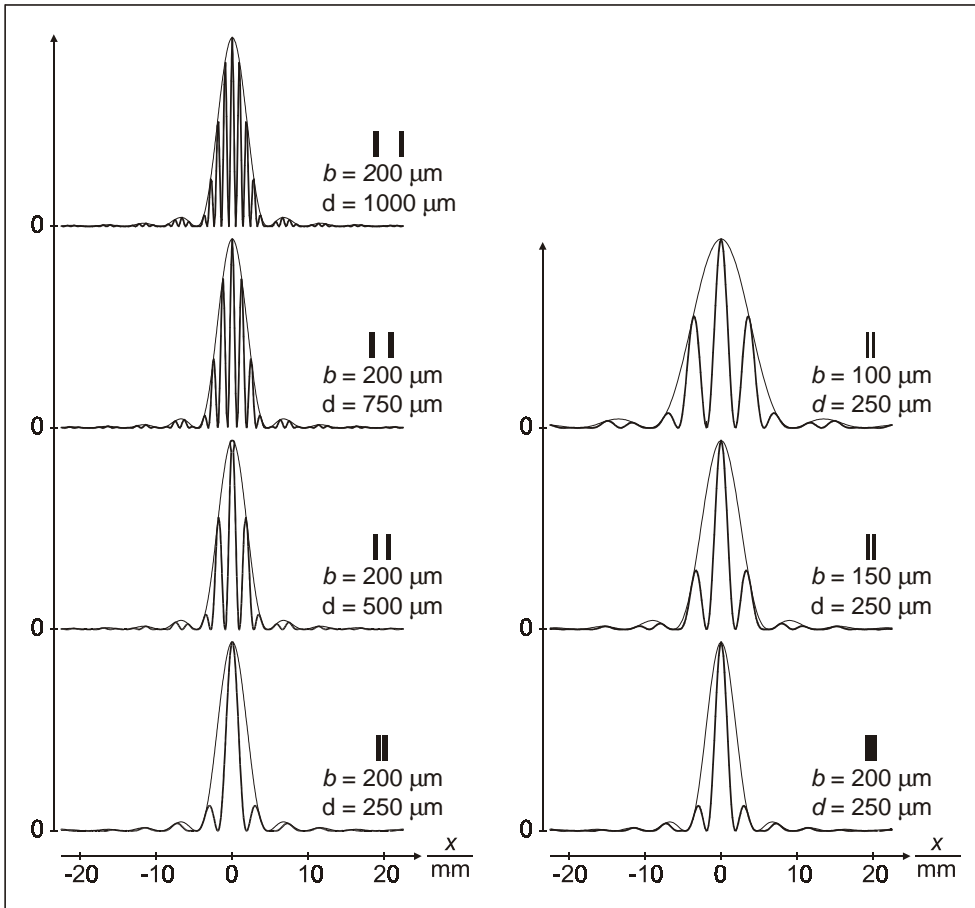


Fig. 2 Beugungsbild des Doppelspaltes in Abhängigkeit von Spaltabstand d (links) und Spaltbreite b (rechts).

Das Beugungsbild des Einzelspaltes mit jeweils entsprechender Spaltbreite ist zum Vergleich mit geringerer Strichstärke eingezeichnet.

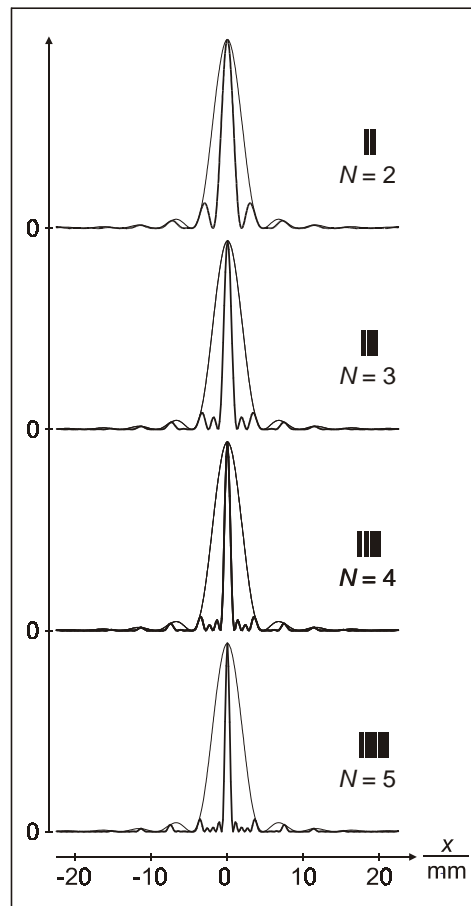
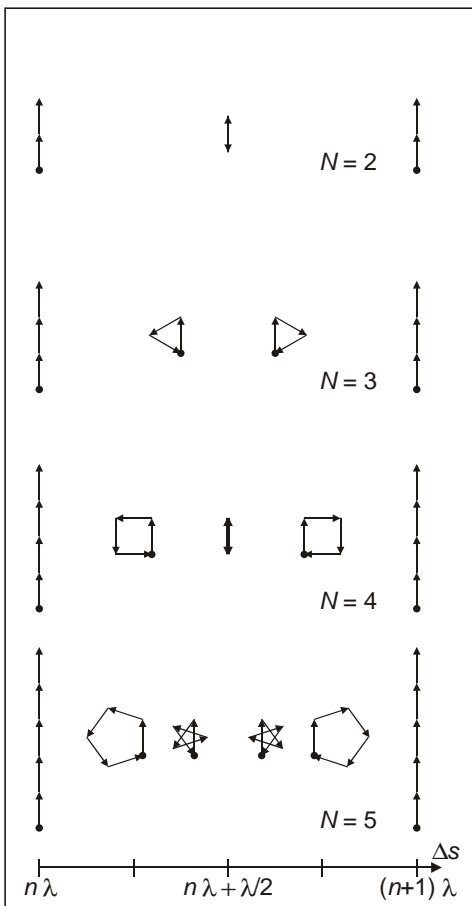
Fig. 3 Zeigerdarstellung zur Addition der Schwingungsamplituden der N Spalte unter Berücksichtigung der Phasendifferenz.

Ist der Gangunterschied Δs zwischen zwei benachbarten Spalten ein ganzzahliges Vielfaches von λ , so erhält man die maximale Beugungsamplitude.

Ist der Gangunterschied Δs durch (V) gegeben, so erhält man die Beugungsamplitude Null.

Fig. 4 Beugungsbild des Mehrfachspalte in Abhängigkeit von der Spaltanzahl N für gleichen Spaltabstand d und gleiche Spaltbreite b .

Das Beugungsbild des Einzelspaltes mit der gleichen Spaltbreite ist zum Vergleich mit geringerer Strichstärke eingezeichnet.



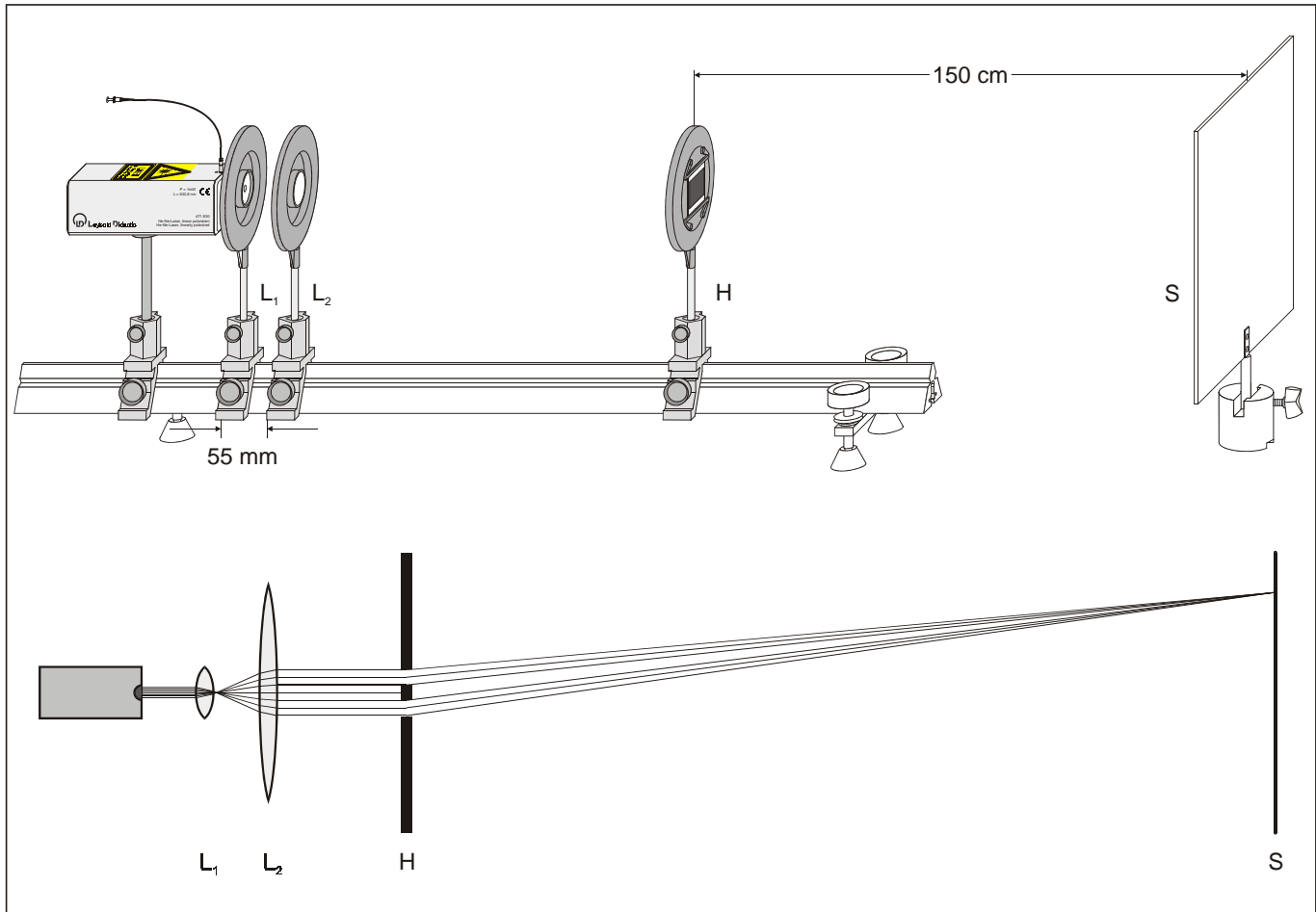


Fig. 5 Versuchsaufbau (oben) und schematischer Strahlengang (unten) zur Beobachtung der Beugung am Doppelspalt und an Mehrfachspalten.

- L₁: Linse $f = +5$ mm
- L₂: Linse $f = +50$ mm
- H: Halter für Beugungsobjekte
- S: Beobachtungsschirm

Aufbau

Hinweis: Justierung in einem leicht verdunkelten Raum durchführen.

Der gesamte Versuchsaufbau ist in Fig. 5 dargestellt. Die Kugellinse L₁ mit Brennweite $f = +5$ mm weitet den Laserstrahl zunächst auf. Die folgende Sammellinse L₂ mit der Brennweite $f = +50$ mm wird so positioniert, dass sich ihr Brennpunkt etwas unterhalb des Brennpunktes der Kugellinse befindet. Auf diese Weise wird erreicht, dass der Laserstrahl etwas aufgeweitet ist und annähernd parallel entlang der optischen Achse verläuft.

- He-Ne-Laser entsprechend Fig. 5 mittels eines Optikreiters auf der Optischen Bank befestigen.
- Schirm S in ca. 1,90 m vom Laser entfernt aufstellen.
- Laser auf den Schirm ausrichten und einschalten.
- Halter für Beugungsobjekte H mit eingespannter Blende mit 4 Doppelspalten (469 85) in ca. 50 cm Abstand vom Laser auf die Optische Bank stellen.

- Höhe des Lasers so ausrichten, dass der Laserstrahl die Mitte der Blende durchsetzt.
- Kugellinse L₁ der Brennweite $f = +5$ mm in ca. 1 cm Abstand vor den Laser stellen (der Laser soll die Blende gut ausleuchten.)
- Halter für Beugungsobjekte H wieder herausnehmen.
- Sammellinse L₂ der Brennweite $f = +50$ mm in ca. 55 mm Abstand hinter der Kugellinse L₁ positionieren und auf der Optischen Bank in Richtung Kugellinse L₁ verschieben, bis der Laserstrahl auf dem Schirm scharf abgebildet wird.
- Sammellinse L₂ auf der Optischen Bank dann noch ein wenig in Richtung der Kugellinse L₁ verschieben, bis sich der Durchmesser des Laserstrahls auf dem Schirm auf ca. 6 mm aufweitet (der Laserstrahl sollte dann entlang der optischen Achse ein konstantes kreisrundes Profil aufweisen).
- Zur Überprüfung, ob der Strahldurchmesser zwischen Linse und Beobachtungsschirm konstant ist, ein Blatt Papier in den Strahlengang halten und das Strahlprofil entlang der optischen Achse verfolgen.
- Halter für Beugungsobjekte wieder in den Strahlengang stellen und so verschieben, bis der Abstand zwischen Schirm und Beugungsobjekt 1,50 m beträgt.
- Eventuell Linse L₂ noch geringfügig verschieben, bis das Beugungsbild scharf abgebildet ist.

Durchführung**a) Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit vom Spaltabstand d :**

- Blende mit 4 Doppelspalten (469 85) in den Strahlengang schieben und nacheinander die Beugungsbilder der Doppelspalte mit den Spaltabständen $d = 1,00$ mm, $0,75$ mm, $0,50$ mm und $0,25$ mm beobachten.
- Bei jedem Spaltabstand aus den Intensitäten der Maxima auf den Einfluss der Beugung am Einzelspalt schließen.
- Jeweils ein Papier auf den Schirm halten und innerhalb des zentralen Maximums der Einzelspaltfunktion mit weichem Bleistift die Orte der Intensitätsminima (dunkle Streifen !) markieren.
- Jeweils den (gemittelten) Abstand a der Intensitätsminima bestimmen.

b) Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit von der Spaltbreite b :

- Blende mit 3 Doppelspalten (469 84) in den Strahlengang schieben und nacheinander die Beugungsbilder der Doppelspalte mit den Spaltbreiten $b = 0,20$ mm, $0,15$ mm und $0,10$ mm) beobachten.
- Bei jeder Spaltbreite aus den Intensitäten der Maxima auf den Einfluss der Beugung am Einzelspalt schließen.
- Jeweils ein Papier auf den Schirm halten und innerhalb des zentralen Maximums der Einzelspaltfunktion mit weichem Bleistift die Orte der Intensitätsminima (dunkle Streifen !) markieren.
- Jeweils den (gemittelten) Abstand a der Intensitätsminima bestimmen.

c) Beugung am Mehrfachspalt in Abhängigkeit von der Spaltanzahl N :

- Blende mit 5 Mehrfachspalten (469 86) in den Strahlengang schieben und nacheinander die Beugungsbilder für 2, 3, 4, 5 und 40 Spalte beobachten.
- Jeweils den Einfluss der Beugung am Einzelspalt, die Hauptmaxima und für $N = 3, 4$ und 5 die Nebenmaxima identifizieren.
- Jeweils ein Papier auf den Schirm halten und mit weichem Bleistift die Orte der Hauptmaxima (helle Streifen !) markieren.
- Jeweils den (gemittelten) Abstand a der Intensitätsmaxima bestimmen.

Messbeispiel**a) Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit vom Spaltabstand d :**Tab. 1: Abstände a der Intensitätsminima für verschiedene Spaltabstände d

$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{a}{\text{mm}}$
0,25	3,87
0,50	1,84
0,75	1,27
1,00	0,94

b) Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit von der Spaltbreite b :

Die Abstände der Maxima sind für alle Spaltbreiten gleich. Mit abnehmender Spaltbreite wird immer mehr Intensität auf die dem Zentrum benachbarten Maxima verteilt.

Tab. 2: Abstände a der Intensitätsminima für verschiedene Spaltbreiten b

$\frac{b}{\text{mm}}$	$\frac{a}{\text{mm}}$
0,10	3,75
0,15	3,36
0,20	3,67

c) Beugung am Mehrfachspalt in Abhängigkeit von der Spaltanzahl N :

Die Abstände der Hauptmaxima sind für alle Spaltanzahlen gleich. Die Hauptmaxima selber werden mit zunehmendem N schmaler. Bei $N = 3$ bis 5 sind zwischen zwei Hauptmaxima jeweils $N - 2$ Nebenmaxima zu erkennen, deren Intensität mit zunehmendem N geringer wird.

Tab. 3: Abstände a der Hauptmaxima für verschiedene Spaltanzahlen N

N	$\frac{a}{\text{mm}}$
2	3,81
3	3,78
4	3,81
5	3,73
40	3,79

Auswertung

a) Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit vom Spaltabstand d :

Tab. 4: Abstände a der Intensitätsminima und reziproke Spaltabstände d^{-1} (vgl. Tab. 1)

$\frac{d^{-1}}{\text{mm}^{-1}}$	$\frac{a}{\text{mm}}$
4,00	3,87
2,00	1,84
1,33	1,27
1,00	0,94

In Fig. 6 sind die Messwerte aus Tab. 1 graphisch dargestellt. Aufgetragen ist der Abstand a gegen den Kehrwert des Spaltabstandes d . Die Messwerte liegen im Rahmen der Messgenauigkeit auf der eingezeichneten Ursprungsgeraden, deren Steigung gemäß (IV) aus $L = 150 \text{ cm}$ und $\lambda = 633 \text{ nm}$ berechnet wurde.

b) Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit von der Spaltbreite b :

Mittelwert der Abstände a aus Tab. 2.: $a = 3,59 \text{ mm}$.

Da $\lambda = 633 \text{ nm}$ und $L = 150 \text{ cm}$ bekannt sind, kann mit der umgeformten Gleichung (IV) der Spaltabstand d berechnet werden:

$$d = 0,26 \mu\text{m}$$

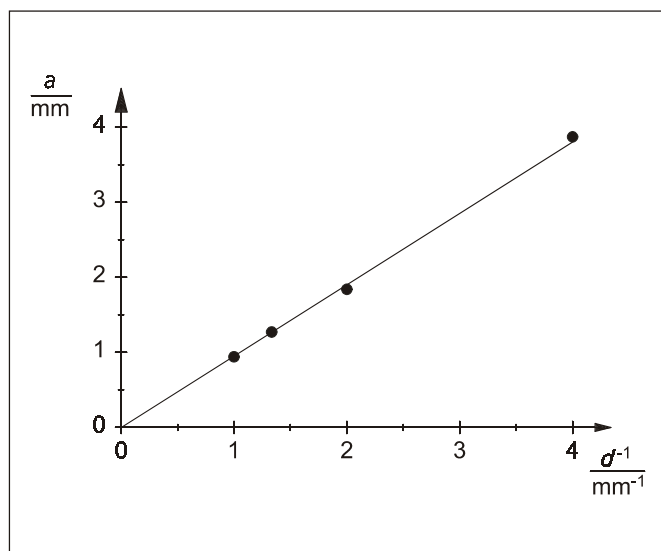
c) Beugung am Mehrfachspalt in Abhängigkeit von der Spaltanzahl N :

Mittelwert der Abstände a aus Tab. 3.: $a = 3,78 \text{ mm}$.

Da $\lambda = 633 \text{ nm}$ und $L = 150 \text{ cm}$ bekannt sind, kann mit der umgeformten Gleichung (IV) der Spaltabstand d berechnet werden:

$$d = 0,25 \mu\text{m}$$

Fig. 6 Abstand a der Intensitätsminima bei der Beugung am Doppelspalt in Abhängigkeit vom Kehrwert des Spaltabstandes d .



Ergebnis

Die auf dem Schirm beobachtete Beugungsfigur der Beugung am Doppelspalt bzw. am Mehrfachspalt wird durch den Spaltabstand d , die Spaltanzahl N , und die Spaltbreite b bestimmt.

Der Abstand a der Hauptmaxima ist umgekehrt proportional zum Spaltabstand d und unabhängig von N und b .

Mit wachsender Spaltanzahl N nimmt die Breite der Hauptmaxima ab, da die Zahl der Minima (und der Nebenmaxima) zunimmt.

Die Spaltbreite b bestimmt den Einfluss der Beugung am Einzelspalt auf die Beugungsfigur.