

Kirchhoffsche Spannungswaage: Messung der Kraft zwischen den geladenen Platten eines Plattenkondensators

Versuchsziele

- Messung der Kraft F zwischen den geladenen Platten in Abhängigkeit von der Spannung U bei konstantem Plattenabstand d .
- Bestimmung der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 .
- Messung der Kraft F zwischen den geladenen Platten bei konstantem Verhältnis der Spannung U zum Plattenabstand d .

Grundlagen

Wenn an einem Plattenkondensator die Spannung U anliegt, herrscht zwischen den Platten das homogene elektrische Feld

$$E = \frac{U}{d} \quad (I)$$

d : Plattenabstand

Dieses Feld wird erzeugt durch die Ladungen Q und $-Q$ auf den Kondensatorplatten. Umgekehrt übt das Feld auf die Ladungen eine Kraft aus. Allerdings wird das Feld durch eben diese Ladungen geschwächt, je mehr es in die Platte eindringt. An der Oberfläche der Platten ist die Feldstärke E , im Inneren ist das E Feld Null, und im Durchschnitt wirkt auf die Ladungen nur die halbe Feldstärke $E/2$. Daher ziehen sich die Platten mit der Kraft

$$F = -\frac{1}{2} \cdot Q \cdot E \quad (II)$$

an.

Die Ladung Q auf den Platten beträgt

$$Q = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U \quad (III)$$

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$: elektrische Feldkonstante

A : Plattenfläche

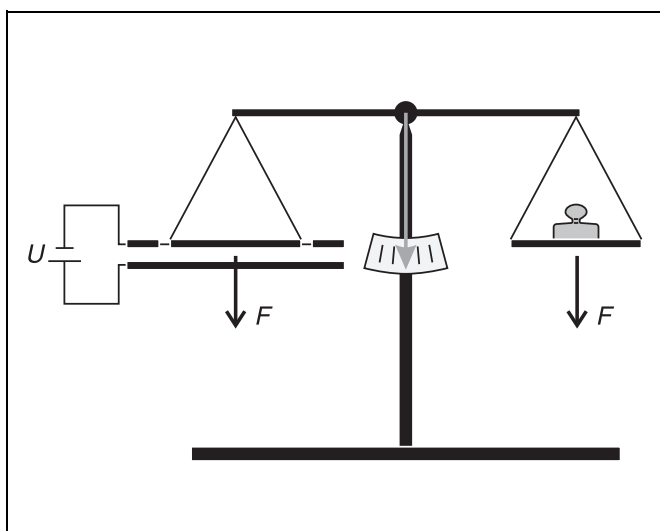
Aus (I) und (II) folgt somit

$$F = -\frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot A \cdot \left(\frac{U}{d}\right)^2 \quad (IV)$$

F , A , d und U sind direkt meßbare Größen, daher kann (IV) als Bestimmungsgleichung für die elektrische Feldkonstante ϵ_0 betrachtet werden. Das ist die Grundlage der Kirchhoffschen Spannungswaage, deren Aufbau im Versuch nachvollzogen wird. Dabei wird die aus (IV) ersichtliche Proportionalität

$$F \sim \frac{U^2}{d^2} \quad (V)$$

experimentell bestätigt.



Geräte

1 Zubehör für elektrostatische Versuche . .	516 37
1 Höhenverstellbarer Ständer	516 31
1 Newtonmeter	314 251
1 Kraftsensor	314 261
1 Leiterschleifenhalter	314 265
1 Verbindungskabel 6-polig, 1,5 m	501 16
1 Hochspannungs-Netzgerät 10 kV	521 70
1 Hochspannungskabel	501 05
1 Stativstangen, 47 cm	300 42
1 Kleiner Stativfuß, V-förmig	300 02
1 Leybold-Muffen	301 01
Experimentierkabel	

Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 1 dargestellt. Der Plattenkondensator besteht aus der Kondensatorplatte auf Isolator, der Kondensatorplatte mit Steckerpaar und dem Abschirmring mit Ständer des Zubehörs für elektrostatische Versuche (516 37).

Mechanischer Aufbau:

- Abschirmring (a) mit Ständer aufstellen.
- Stativstange in Stativfuß montieren und Kraftsensor (+F-Richtung nach oben) mit Leybold-Muffe an Stativstange befestigen.
- Kraftsensor mit 6-poligem Kabel an Newtonmeter anschließen.
- Leiterschleifenhalter an Kraftsensor montieren, Kondensatorplatte mit Steckerpaar (b) anschließen und ohne Berührung konzentrisch im Abschirmring anordnen.
- Kondensatorplatte mit Isolator (c) auf höhenverstellbaren Ständer setzen, mit Rändelschraube (d) arretieren und mit Hilfe der Stellschrauben (f) parallel zur Kondensatorplatte (b) ausrichten.
- Justierung überprüfen und mit der Stellschraube (e) Plattenabstand $d = 20$ mm einstellen.

Elektrischer Aufbau:

- Kondensatorplatte (c) an Pluspol des Hochspannungs-Netzgeräts anschließen; Hochspannungskabel dazu in 4-mm-Bohrung des Sockels der Kondensatorplatte stecken.
- Abschirmring (a) mit Kondensatorplatte (b) verbinden und beide an Minuspol des Hochspannungs-Netzgeräts anschließen; Experimentierkabel dazu in 4-mm-Bohrung des Ständers bzw. in Leiterschleifenhalter stecken.
- Minuspol mit Erde des Hochspannungs-Netzgeräts mit verbinden.
- Hochspannungs-Netzgerät 10 kV mit Netzstecker anschließen und einschalten.

Sicherheitshinweise

Das Hochspannungs-Netzgerät 10 kV entspricht den Sicherheitsbestimmungen für elektrische Meß-, Steuer-, Regel- und Laborgeräte. Es liefert eine nicht berührungsfähige Hochspannung. Folgende Sicherheitsmaßnahmen sind zu berücksichtigen.

- Gebrauchsanweisung zum Hochspannungs-Netzgerät beachten.
- Änderung der Beschaltung im Versuchsaufbau nur bei abgeschaltetem Hochspannungs-Netzgerät vornehmen.
- Versuch so aufbauen, daß weder nicht isolierte Teile noch Kabel und Stecker unbewußt berührt werden können.
- Vor Inbetriebnahme des Hochspannungs-Netzgeräts die Ausgangsspannung auf Null stellen (Drehpotentiometer auf Linksanschlag).
- Zur Vermeidung von Überschlüssen Hochspannungskabel so auslegen, daß sich in der Nähe des Kabels keine elektrisch leitenden Gegenstände befinden.

Durchführung*Hinweise:*

Weil die zu messenden Kräfte sehr klein sind, wird die Messung leicht durch störende Umgebungseinflüsse beeinträchtigt: Umgebungerschütterungen, Luftzug und Temperaturschwankungen vermeiden.

Das Newtonmeter muß vor Versuchsbeginn mindestens 30 min warmlaufen: Newtonmeter mit angeschlossenem Kraftsensor am Netzschalter auf der Geräterückseite einschalten.

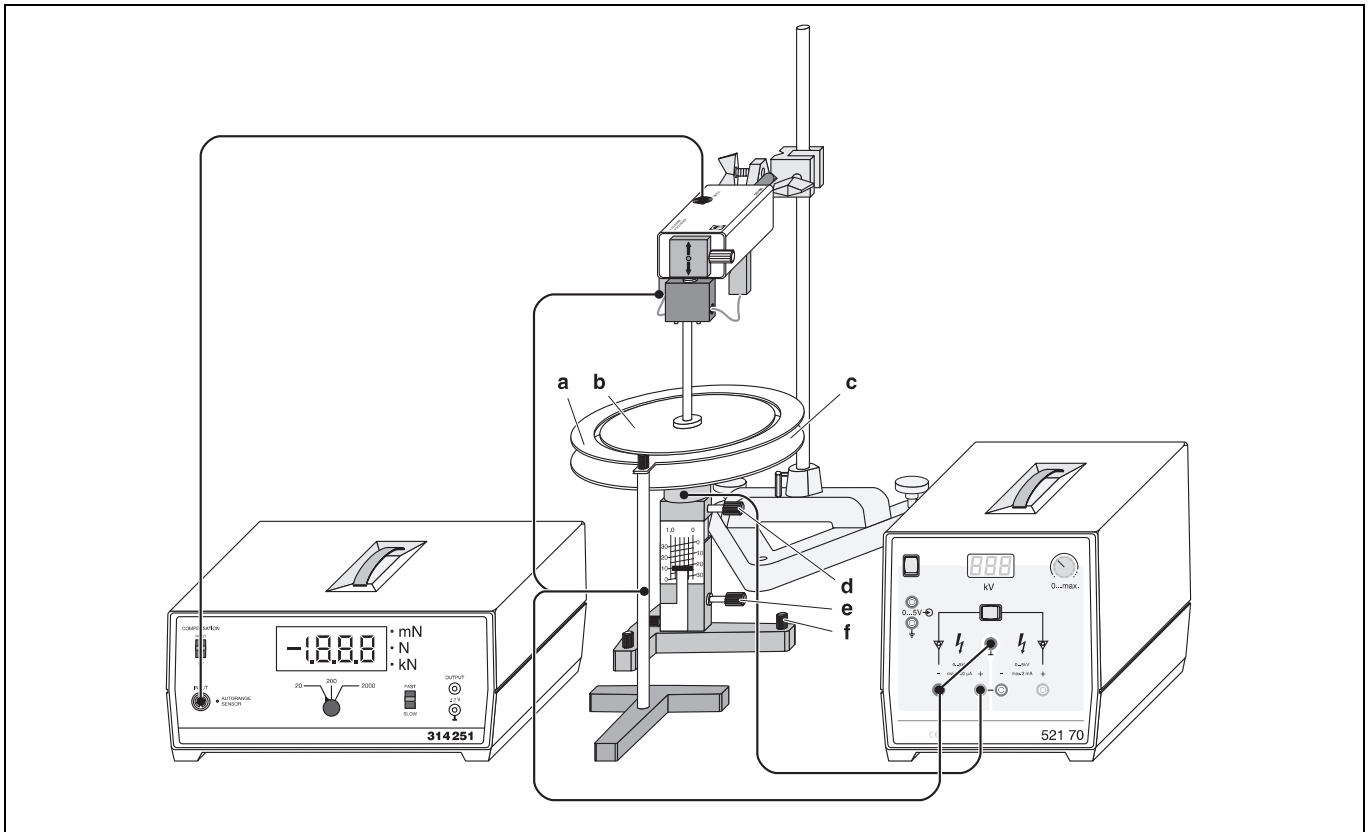


Fig. 1 Versuchsaufbau zur Kirchhoffschen Spannungswaage

Meßbeispiel

a) Kraft F zwischen den geladenen Platten in Abhängigkeit von der Spannung U :

Radius der Kondensatorplatte: 15 cm

Tab. 1: Kraft F zwischen den geladenen Platten in Abhängigkeit von der Hochspannung U ($d = 20$ mm)

$\frac{U}{\text{kV}}$	$\frac{F}{\text{mN}}$
5,0	-4,0
4,5	-3,2
4,0	-2,5
3,5	-2,0
3,0	-1,5
2,5	-1,0
2,0	-0,6

a) Kraft F in Abhängigkeit von der Spannung U :

- Zur NullpunktKompensation den Taster COMPENSATION des Newtonmeters auf SET stellen.
- Hochspannungs-Netzgerät einschalten und Ausgangsspannung $U = 2$ kV einstellen.
- Kraft F am Newtonmeter ablesen und notieren.
- Hochspannung in Schritten von 0,5 kV bis 5 kV erhöhen, jeweils die Kraft F ablesen und zusammen mit der Spannung U notieren.

b) Kraft F bei konstantem Verhältnis der Spannung U zum Plattenabstand d .

- Hochspannung auf Null zurückdrehen und Nullpunkt des Newtonmeters erneut kompensieren.
- Hochspannung auf $U = 5$ kV einstellen und Kraft F am Newtonmeter ablesen.
- Hochspannung auf $U = 4$ kV und Plattenabstand auf $d = 16$ mm reduzieren; dabei darauf achten, daß sich Kondensatorplatten und Abschirmring nicht berühren
- Kraft F am Newtonmeter ablesen und zusammen mit den Werten U , d und $E = \frac{U}{d}$ notieren.
- Messung bei $U = 3$ kV, $d = 12$ mm und $U = 2$ kV, $d = 8$ mm wiederholen.

b) Kraft F bei konstantem Verhältnis der Spannung U zum Plattenabstand d .

Tab. 2: Kraft F zwischen den geladenen Platten bei konstantem Verhältnis $E = U/d$

$\frac{U}{\text{kV}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	$\frac{E}{10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}}$	$\frac{F}{\text{mN}}$
5,0	20	0,25	-4,0
4,0	16	0,25	-4,0
3,0	12	0,25	-4,0
2,0	8	0,25	-4,0

Auswertung

a) Kraft F in Abhängigkeit von der Spannung U :

In Fig. 2 sind Meßwerte aus Tab. 1 graphisch dargestellt. Die eingezeichnete Kurve ist eine Parabel mit dem Scheitelpunkt im Koordinatenursprung. Man erkennt, daß die anziehende Kraft mit dem Quadrat der Hochspannung U zunimmt, d. h. es gilt:

$$F \sim U^2$$

Fig. 3 stellt die Meßwerte in der linearisierten Form $F = f(U^2)$ dar. Die Meßpunkte liegen in guter Näherung auf einer Ursprungsgeraden.

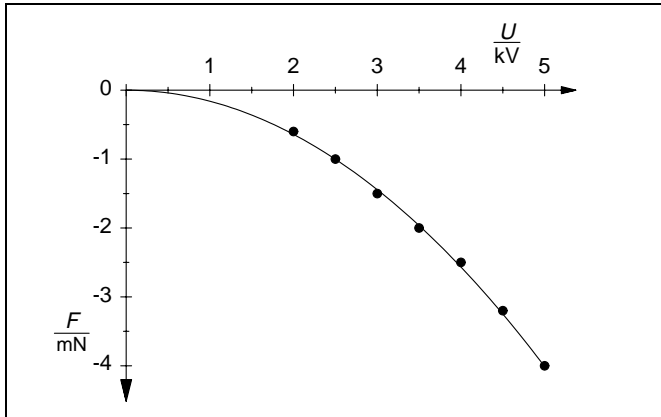


Fig. 2 Kraft F zwischen den geladenen Platten in Abhängigkeit von der Spannung U bei konstantem Plattenabstand $d = 20$ mm.

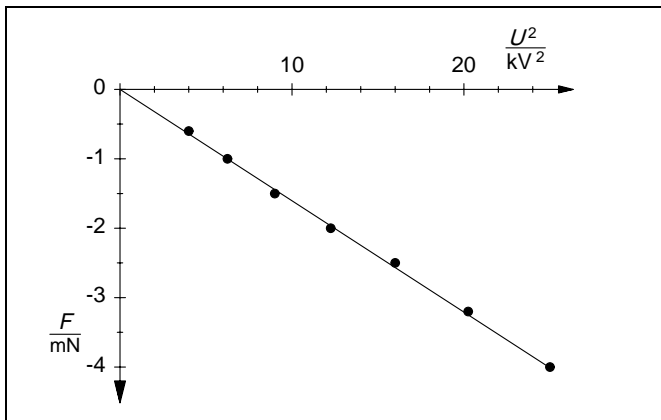


Fig. 3 Darstellung der Meßwerte aus Fig. 2 in der linearisierten Form $F = f(U^2)$

Bestimmung der elektrischen Feldkonstanten ϵ_0 :

Aus der Steigung

$$\frac{F}{U^2} = -0,16 \frac{\text{mN}}{\text{kV}^2}$$

der Ursprungsgeraden in Fig. 3 kann gemäß (IV) die elektrische Feldkonstante bestimmt werden.

$$\epsilon_0 = -\frac{F}{U^2} \cdot \frac{2d^2}{A}$$

Der Plattenabstand d beträgt 20 mm.

Zur Berechnung der Fläche A wird der Radius $r = 7,5$ cm der kleineren Kondensatorplatte eingesetzt, da die Kraft F auf diese Fläche gemessen wurde: $A = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$.

$$\text{Man erhält: } \epsilon_0 = 7,5 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$$\text{Literaturwert: } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

b) Kraft F bei konstantem Verhältnis der Spannung U zum Plattenabstand d .

Die Meßwerte der Tab. 2 belegen, daß die Kraft F bei Variation von Spannung U und Plattenabstand d von der elektrischen Feldstärke abhängt. Die Kraft bleibt konstant, wenn die Feldstärke konstant bleibt.

Aus $F \sim U^2$ bei konstantem Abstand folgt daher:

$$F \sim E^2$$

bzw. $F \sim \frac{1}{d^2}$ bei konstanter Spannung

Ergebnis

Zwischen den geladenen Platten eines Plattenkondensators wirkt eine anziehende Kraft, die quadratisch von der elektrischen Feldstärke abhängt.