

## Messung des Potentials um eine geladene Kugel

### Versuchsziele

- Messung des Potentials im gleichen Abstand zur Kugel: Äquipotentialflächen
- Messung des Potentials in Abhängigkeit vom Abstand zur Kugeloberfläche und Bestimmung der elektrischen Feldstärke

### Grundlagen

Im zweidimensionalen Schnitt durch ein elektrisches Feld bilden die Punkte gleichen Potentials eine Linie. Der Verlauf solcher Äquipotentiallinien ist ebenso wie der Verlauf der Feldlinien selber bestimmt durch die räumliche Anordnung der felderzeugenden elektrischen Ladungen. Dabei verlaufen die Äquipotentiallinien immer senkrecht zu den elektrischen Feldlinien.

Im Experiment wird das Potential um eine geladene Kugel untersucht. Die Äquipotentiallinien verlaufen im dreidimensionalen auf Kugelschalen, im zweidimensionalen kreisförmig um die Kugel (siehe Abb. 1). Es gilt:

$$U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r} \quad (I)$$

Die Kapazität einer geladenen Kugel mit Radius  $a$  ist durch das Verhältnis von Spannung  $U$  und Ladung  $Q$  an der Kugeloberfläche gegeben:

$$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\epsilon_0 \cdot a \quad (II)$$

Die Größe des elektrischen Feldes  $E$  ist durch die räumliche Änderung des Potentials  $U$  gegeben. Die elektrische Feldstärke  $E$  ist daher abhängig vom Abstand  $d$  von der Kugeloberfläche bzw. vom Abstand  $r$  vom Kugelmittelpunkt.

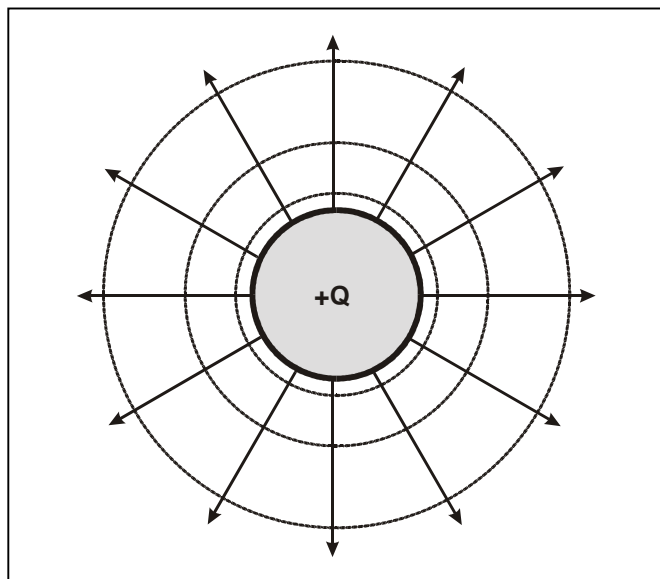


Abb. 1: Elektrisches Feld und Äquipotentiallinien um eine geladene Kugel

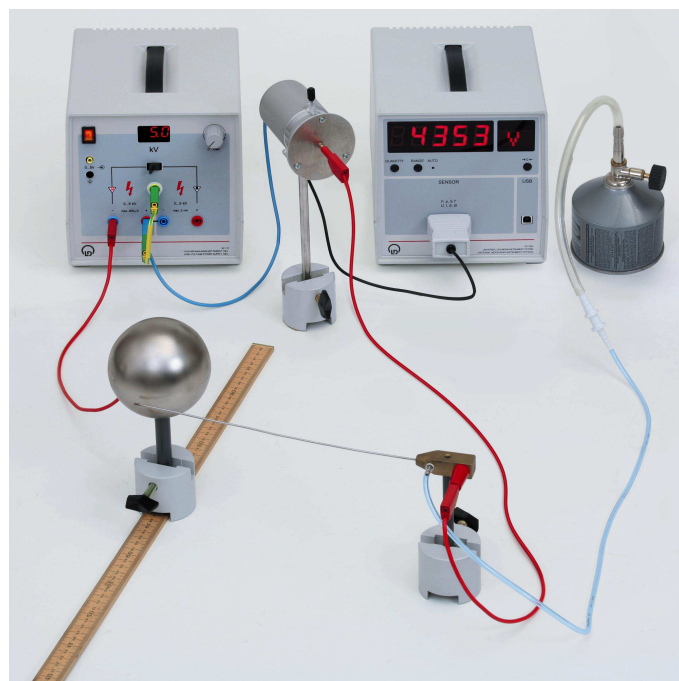


Abb. 2: Versuchsaufbau

Die elektrischen Feldlinien verlaufen radialsymmetrisch von der Kugel weg (siehe Abb. 1). Es gilt

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} \quad (III)$$

Zur Messung des Potentials um die Kugel wird eine Flammsonde verwendet. Im Metallrohr der Flammsonde fließt brennbares Gas bis in die Spitze und verbrennt dort mit kleiner Flamme. Aufgrund der Flamme an der Spitze fließt ein Ionisationsstrom, bis das Potential der Umgebung erreicht ist. Die resultierende Spannung wird über das Experimentierkabel auf die Spannungsmessplatte am Elektrofeldmeter S übertragen und dort gemessen.

Im Versuch wird zunächst das Potential um die Kugel bestimmt, indem die Flammsonde schrittweise im gewünschten Abstand  $d$  um die Kugel verschoben und jeweils die Spannung  $U$  gemessen wird.

Anschließend wird die Flammsonde schrittweise radial von der Kugeloberfläche weg verschoben und jeweils die Spannung  $U$  gemessen. Die Spannungswerte werden über dem Abstand zur Kugelmittelpunkt  $r$  aufgetragen. Zusätzlich wird die Abhängigkeit  $U \sim 1/r$  überprüft, indem die Spannungswerte über  $1/r$  aufgetragen werden und an die Werte eine Gerade

angepasst wird. Aus der Steigung dieser Geraden wird die Ladung  $Q$  bestimmt. Anhand Gleichung (II) wird aus  $U$  und  $Q$  die Kapazität  $C$  der geladenen Kugel bestimmt und mit dem theoretischen Wert  $C = 4\pi\epsilon_0 \cdot a$  verglichen.

Zur Bestimmung des elektrischen Feldes  $E$  wird die Änderung des Potentials in Abhängigkeit von der Änderung des Abstands bestimmt und graphisch aufgetragen. Die Abhängigkeit  $E \sim 1/r^2$  wird überprüft, indem die Werte über  $1/r^2$  aufgetragen werden und an die Werte eine Gerade angepasst wird.

## Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 gezeigt. Für den Aufbau sind folgende Schritte nötig:

- Die Kugel mit Anschlusskabel in einem Sockel befestigen.
- Das Elektrofelmeter und die Flammsonde ebenfalls in einem Sockel befestigen.
- **Den linken Pluspol des Hochspannungsnetzgeräts 10 kV erden und mit der Erdungsbuchse auf der Rückseite des Elektrofelmeters verbinden.**
- Den linken Minuspol des Hochspannungsnetzgeräts 10 kV an die Kugel mit Anschlusskabel anschließen.
- Das Elektrofelmeter mit dem Universellen Messinstrument P verbinden und als Messgröße „Spannung“ wählen.
- Die Spannungsmessplatte auf das Elektrofelmeter setzen und die Flammsonde mit der Spannungsmessplatte verbinden.
- Die Kartusche an die Flammsonde anschließen, festen Sitz der Schläuche kontrollieren.
- Ein brennendes Feuerzeug oder Streichholz an die Spitze der Flammsonde halten und Gasversorgung **langsam** öffnen, bis eine kleine, ca. 10 mm hohe Flamme an der Spitze brennt.
- Die Flammsonde während der Messung nur am isolierenden Stativstab halten, da eine Berührung der Metallteile den Potentialausgleich verhindert.

## Hinweis:

- Flammsonde nicht in zu starke elektrische Felder bringen; dies führt zum Rußen der Flamme
- Das Einbringen der Flamme in einen Aufbau verringert die Durchschlagsfestigkeit der Luft und kann zu Überschlagen führen.
- **Metallische Gegenstände (z.B. Hochspannungsnetzgerät, Universelles Messinstrument P) möglichst weit entfernt von der Kugel aufstellen, damit das Potential und das elektrische Feld um die geladene Kugel möglichst wenig gestört werden.**

## Achtung

Es ist unbedingt auf eine korrekte Masseführung bzw. Erdung des Elektrofelmeter S zu achten. Da typischerweise in Verbindung mit Hochspannung gemessen wird, darf das Elektrofelmeter S nie ohne Verbindung der rückseitigen 4 mm Buchse mit der Versuchsmasse betrieben werden. Bei korrektem Anschluss fließt der Strom bei einem Spannungsüberschlag direkt wieder zum Netzteil zurück und nicht zum Messgerät.

**Sollte keine korrekte Erdung vorliegen, so kann die an das Elektrofelmeter S angeschlossene Peripherie (z.B. Messgerät oder Sensor-CASSY) beschädigt werden!**

## Geräte

1 Kugel mit Anschlusskabel .....	543 08
1 Elektrofelmeter S.....	524 080
1 Zubehör zum Elektrofelmeter S.....	540 540
1 Universelles Messinstrument P .....	531 835
1 Hochspannungsnetzgerät 10 kV .....	521 70
3 Sockel .....	300 11
1 Holzmaßstab, L = 1m / 39 Zoll .....	311 03
oder	
2 Optikreiter mit Muffe 45/35 .....	460 312
1 Optische Bank S1 Profil, 50 cm.....	460 317
1 Sockel .....	300 11
1 Sicherheits-Experimentierkabel, 10 cm, gb/gr.....	500 600
1 Sicherheits-Experimentierkabel, 100 cm, rot.....	500 641
1 Sicherheits-Experimentierkabel, 100 cm, blau ....	500 642
1 Kartusche .....	666 715
1 Ventil für Gaskartusche .....	666 716
1 PVC-Schlauch, 7 x 1,5 mm, 1 m .....	667 193

## Hinweis:

Zur Durchführung dieses Experiments können alternativ zum Universellen Messinstruments P eingesetzt werden:

1 Mobile CASSY (524 009)

oder

1 Sensor-CASSY (524 010USB) + CASSY Lab (524 200) ) / CASSY-Display (524 020)

oder

1 Pocket CASSY (524 009) + CASSY Lab (524 200)

## Durchführung

### a) Messung in konstantem Abstand zu Kugel

- Bei ausgeschalteter Hochspannung gewünschten Abstand  $d$  zwischen Flammsonde und Kugel einstellen. Die Flammsonde dabei senkrecht zur Verbindungslinie Flamme-Kugel halten, damit das Feld der Kugel möglichst wenig durch die Flammsonde gestört wird.
- Die Hochspannung an der Kugel auf 3,0 kV erhöhen.
- Die gemessene Spannung  $U$  und die Position notieren.
- Mehrfach die Position der Flammsonde relativ zur Kugel bei gleich bleibenden Abstand  $d$  verändern und Messung wiederholen.

### b) Messung in Abhängigkeit vom Abstand zur Kugeloberfläche und Bestimmung der elektrischen Feldstärke

- Den Sockel mit der Flammsonde so auf den Holzmaßstab setzen, dass die Flammsonde radial von der Kugel weg bewegt werden kann.
- Den Abstand der Flammsonde von der Kugel bestimmen.
- Die Hochspannung an der Kugel auf 3,0 kV erhöhen.
- Die Flammsonde auf dem Holzmaßstab schrittweise senkrecht zu den Kondensatorplatten bewegen und jeweils die gemessene Spannung  $U$  und die Position notieren.

**Messbeispiel und Auswertung**

**a) Messung in konstantem Abstand zu Kugel**

In einer Beispielmessung wurde das Potential an verschiedenen Positionen rund um die geladene Kugel gemessen. An die Kugel wurden dabei -3,0 kV Hochspannung angelegt, der Abstand zur Kugel betrug jeweils 2,0 cm. Für das Potential ergaben sich Werte zwischen -2,44 kV und -2,47 kV. Die Messpunkte liegen daher näherungsweise auf einer Äquipotentialfläche, die für eine geladene Kugel die Form einer Kugelschale hat.

**b) Messung in Abhängigkeit vom Abstand zur Kugeloberfläche und Bestimmung der elektrischen Feldstärke**

In Tabelle 1 sind die Ergebnisse einer Beispielmessung gezeigt. Die Kugel wurde auf -3,0 kV aufgeladen. Die Position  $x = 0$  mm entsprach der Kugeloberfläche. Um den Abstand  $r$  der Flammensonde zur Kugelmittle zu erhalten, wurde der Kugelradius  $a = 5$  cm jeweils zum Abstand  $x$  zur Kugeloberfläche hinzugezählt.

In Abbildung 3 wurden die Spannungswerte über den Abstand zur Kugelmittle  $r$  aufgetragen. Der Betrag der Werte nimmt mit zunehmenden Abstand von der geladenen Kugel kontinuierlich ab, das Potential wird also immer kleiner.

Zur Überprüfung der Abhängigkeit  $U \sim 1/r$  wurden zusätzlich die Werte  $1/r$  bestimmt und die Spannung darüber aufgetragen (Abbildung 4). Die Anpassung einer Geraden zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten und bestätigt damit die Abhängigkeit  $U \sim 1/r$ . Aus der Steigung  $A = 180$  Vm der Geraden kann aus Gleichung (I) zusätzlich die Ladung auf der Kugel bestimmt werden:

$$Q = 4\pi\epsilon_0 \cdot A = -2,00 \cdot 10^{-8} \text{C} = -1,25 \cdot 10^{11} e$$

mit der Elementarladung  $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{C}$ .

$r / \text{cm}$	6	7	8	9	10	11
$U / \text{kV}$	-2,76	-2,46	-2,15	-1,89	-1,69	-1,52
$r / \text{cm}$	12	13	14	15	16	17
$U / \text{kV}$	-1,38	-1,27	-1,17	-1,08	-1,00	-0,92
$r / \text{cm}$	18	19	20	22,5	25	27,5
$U / \text{kV}$	-0,86	-0,80	-0,75	-0,65	-0,58	-0,51
$r / \text{cm}$	30	32,5	35	37,5	40	45
$U / \text{kV}$	-0,48	-0,39	-0,36	-0,33	-0,30	-0,28

Tab. 1: Messergebnisse zum Potential  $U$

$r_m / \text{cm}$	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5
$E / \text{kV/m}$	-30	-31	-26	-23	-17	-14
$r_m / \text{cm}$	12,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5
$E / \text{kV/m}$	-11	-10	-9	-8	-8	-6
$r_m / \text{cm}$	18,5	19,5	21,25	23,75	26,25	28,75
$E / \text{kV/m}$	-6	-5	-4	-2,8	-2,8	-1,2
$r_m / \text{cm}$	31,25	33,75	36,25	38,75	42,5	
$E / \text{kV/m}$	-3,6	-1,2	-1,2	-1,2	-0,4	

Tab. 2: Daten zur elektrischen Feldstärke  $E$

Aus der Ladung  $Q$  auf der Kugel und der angelegten Spannung  $U$  kann zusätzlich die Kapazität der Kugel bestimmt werden (Gleichung II). Mit  $Q = -2,00 \cdot 10^{-8} \text{C}$  und  $U = -3,0 \text{kV}$  erhält man  $C = 6,7 \text{pF}$ . Für eine Kugel mit Radius  $a = 5 \text{cm}$  ergibt sich theoretisch über  $C = 4\pi\epsilon_0 \cdot a = 5,6 \text{pF}$ . Die Abweichung zum Messergebnis ergibt sich v.a. durch die Annahme, dass das Potential erst im Unendlichen zu Null wird. Dies ist im Experiment nur näherungsweise gegeben, da z.B. Messgeräte nicht beliebig weit von der Kugel entfernt aufgestellt werden können und sich in der Nähe weitere Oberflächen wie die Tischplatte befinden. Diese beeinflussen das Potential und führen daher zu Abweichungen in den Messungen.

Zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke  $E$  wird die Änderung des Potentials in Abhängigkeit von der Änderung des

$$\text{Abstands bestimmt: } E = \frac{\Delta U}{\Delta r}$$

Die Werte werden über den mittleren Abstand  $r_m$  aufgetragen, d.h. als Mittelwert der beiden Abstände, aus denen das jeweilige  $\Delta r$  bestimmt wird. Die Daten sind in Tabelle 2 und Abbildung 5 gezeigt.

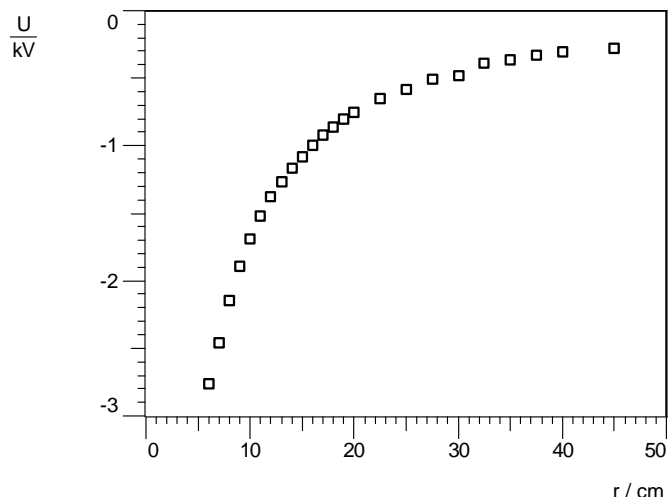


Abb. 3: Spannung  $U$  in Abhängigkeit vom Abstand  $r$  zum Kugelmittelpunkt

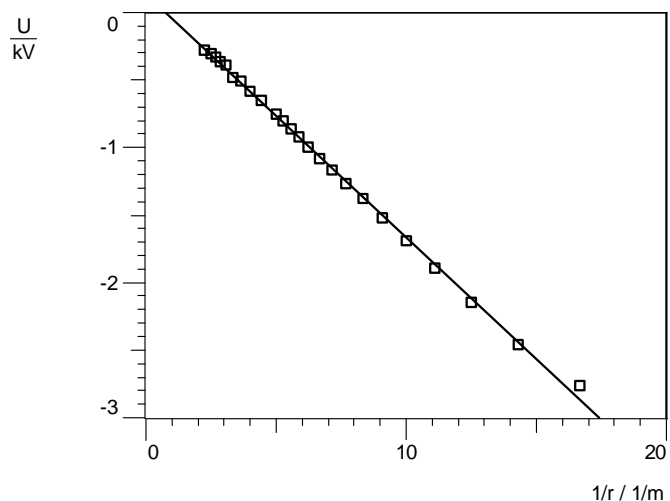


Abb. 4: Spannung  $U$  aufgetragen über  $1/r$  ( $r$ : Abstand zum Kugelmittelpunkt)

Zur Überprüfung der Abhängigkeit  $E \sim 1/r^2$  wurden zusätzlich die Werte  $1/r_m^2$  bestimmt und die Spannung darüber aufgetragen (Abbildung 6); die Anpassung einer Geraden zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Messdaten und bestätigt damit die Abhängigkeit  $E \sim 1/r^2$ .

Die Steigung  $A = 184 \text{ Vm}$  entspricht auch hier  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}$ .

Im Rahmen der Messgenauigkeit stimmen die beiden Werte, die man aus der Auswertung des Potentialverlaufs und des Feldverlaufs erhält, überein. Der relative Fehler ist dabei für den Feldverlauf größer als für den Potentialverlauf, da hierfür Werte der gleichen Größenordnung voneinander abgezogen werden müssen. Dieser Effekt zeigt sich deutlich an der starken Streuung der Werte für die elektrische Feldstärke  $E$  bei großen Abständen zum Kugelmittelpunkt.

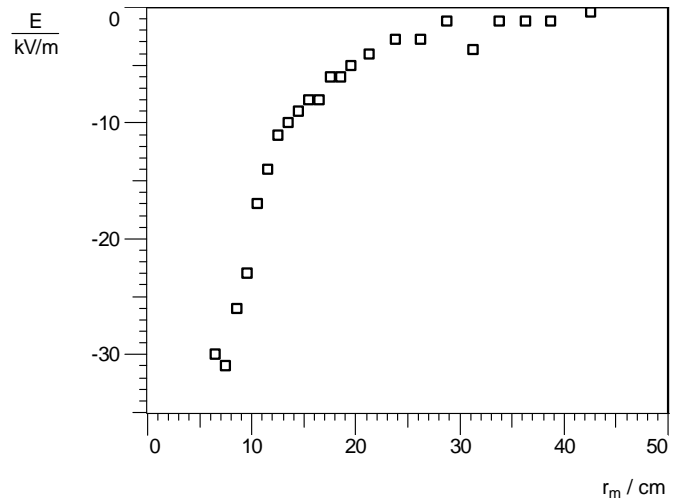


Abb. 5: Elektrische Feldstärke  $E$  in Abhängigkeit vom Abstand  $r_m$  zum Kugelmittelpunkt

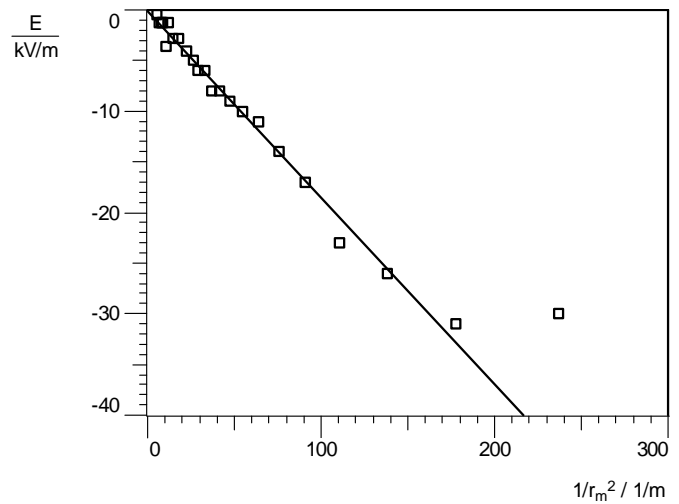


Abb. 6: Elektrische Feldstärke  $E$  aufgetragen über  $1/r_m^2$