

## Bestätigung des Coulombschen Gesetzes

Messung mit Kraftsensor und Universellen  
Messinstrument Physik

### Versuchsziele

- Messung der Kraft  $F$  zwischen zwei geladenen Kugeln in Abhängigkeit vom Abstand  $d$  der Kugeln.
- Messung der Kraft  $F$  zwischen zwei geladenen Kugeln in Abhängigkeit von deren elektrischer Ladung.
- Abschätzung der Elektrischen Feldkonstante  $\epsilon_0$ .

### Geräte

1 Satz Ladungskörper	314 263
1 Messwagen 1,85 g	337 00
1 Präzisions-Metallschiene, 0,5 m	460 82
1 Kraftsensor	314 261
1 Hochspannungs-Netzgerät 25kV	521 721
1 Hochspannungskabel	501 05
1 Stativlochstab, isoliert, 25cm	590 13
1 Sockel	300 11
1 Elektrometer-Verstärker	532 14
1 Steckernetzgerät 230 V/12 V /20 W	562 791
1 STE Kondensator 1 nF, 630 V	578 25
1 STE Kondensator 10 nF, 100 V	578 10
1 Faraday-Becher	546 12
1 Klemmstecker	590 011
1 Anschlußstab	532 16
1 kleiner Stativfuß, V-förmig	300 02
1 Stativstange, 25 cm	300 41
1 Leybold-Muffe	301 01
1 Federstecker	aus 59002ET2
1 Universelles Messinstrument Physik	531835
1 LD Analog 20	531120
Experimentierkabel	

### Sicherheitshinweise

Das Hochspannungs-Netzgerät 25 kV entspricht den Sicherheitsbestimmungen für elektrische Meß-, Steuer-, Regel- und Laborgeräte. Es liefert eine nicht berührungsgefährliche Hochspannung. Folgende Sicherheitsmaßnahmen sind zu berücksichtigen.

- Gebrauchsanweisung zum Hochspannungs-Netzgerät beachten.
- Änderung der Beschaltung im Versuchsaufbau nur bei abgeschaltetem Hochspannungs-Netzgerät vornehmen.
- Versuch so aufbauen, dass weder nicht isolierte Teile noch Kabel und Stecker unbewusst berührt werden können.
- Vor Inbetriebnahme des Hochspannungs-Netzgeräts die Ausgangsspannung auf Null stellen (Drehpotentiometer auf Linksanschlag).
- Zur Vermeidung von Überschlügen Hochspannungskabel so auslegen, daß sich in der Nähe des Kabels keine elektrisch leitenden Gegenstände befinden.

### Vorbemerkungen

Elektrostatikversuche sind immer hochempfindlich gegen äußere Einflüsse. Bei diesem Versuch ist also immer darauf zu achten, dass die äußeren Einflüsse (z.B. Luftzug) so gering wie möglich gehalten werden. Der Versuch muss in einem geschlossenen, trockenen Raum durchgeführt werden. Ladungsträger wie z.B. die Messspitze, die zum Aufladen verwendet wird, müssen während der Messungen möglichst weit vom Versuchsaufbau entfernt sein.

Falls ungewöhnliche Messergebnisse während des Versuchs auftreten, müssen die Plastikstäbe der leitenden Kugeln mit destilliertem Wasser gereinigt werden. So werden dort ggf. vorhandene leitfähige Salze beseitigt. Andernfalls können sie für Leckströme und damit für Ladungsverlust und erhebliche Messfehler sorgen.

Alternativ zum Universalmessinstrument kann auch das Mobile-CASSY 2 (524005) verwendet werden.

### Grundlagen

Zwischen zwei punktförmigen elektrischen Ladungen  $Q_1$  und  $Q_2$  im Abstand  $d$  wirkt nach dem Coulombschen Gesetz die Kraft

$$F = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d^2}$$

Mit

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Dabei ist  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante.

Die Kraft ist positiv, also abstoßend, wenn die Ladungen das gleiche Vorzeichen („Gleichnamige Ladungen“) haben. Sind die Vorzeichen der Ladungen verschieden („ungleichnamig“), so wirkt eine negative (d.h. anziehende) Kraft.

Punktladungen sind eine vereinfachte Modellannahme, ähnlich der Punktmassen in der Mechanik - sie existieren in dieser Form in der Wirklichkeit nicht. Trotzdem ist diese Modellannahme nah genug an der Wirklichkeit, um damit physikalisches Verhalten in guter Genauigkeit beschreiben zu können. In diesem Versuch verwendet man leitende Kugeln. Diese haben genau dieselben Eigenschaften wie Punktladungen, solange sie nicht so nah aneinander gebracht werden, dass sie gegenseitig ihre Ladungsverteilung beeinflussen. Um diesen Störeffekt zu vermeiden, genügt es, den Abstand  $d$  der Kugelmittelpunkte deutlich größer zu wählen als die Kugelradien  $r$ .

Der Versuch besteht aus drei Versuchsteilen, die jeweils eine der folgenden Proportionalitäten untersuchen:

$$F \sim \frac{1}{d^2} \quad F \sim Q_{1,2} \quad Q \sim U_{\text{HV}}$$

Bei jedem der drei Versuchsteile ist es wichtig zügig zu arbeiten, sobald die Kugeln aufgeladen sind. Sonst kommt es zu Messfehlern, da sich die Kugeln mit der Zeit von selbst entladen.

### Teilversuch 1: Zusammenhang zwischen Spannung und Ladung

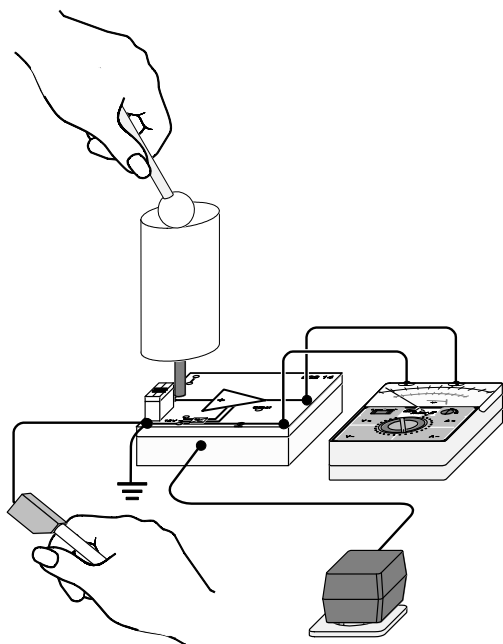


Abbildung 1: schematischer Versuchsaufbau zur Untersuchung von Aufladespannung gegen Ladung

Dieser Teilversuch ist eine Vorbereitung für die folgenden Teilversuche. In diesem soll der Zusammenhang zwischen Aufladungsspannung  $U_{\text{HV}}$  und Ladung einer Kugel  $Q$  ermittelt werden. Hierzu wird das Elektrometer verwendet.

### Aufbau

Für die Messung muss das Elektrometer und das Hochspannungs-Netzgerät aufgebaut werden. Der Aufbau des Elektrometers ist in Abbildung 2 skizziert. Auf das Elektrometer muss der 10 nF-Kondensator (**e**) und der Faraday-Becher (**d**) aufgesteckt werden. Damit genügend Platz für beide Bauelemente ist, muss zwischen Faraday-Becher und Elektrometer ein Verlängerungsstift gesteckt werden.

Der Anschlussstab (**f**) und das Voltmeter müssen wie auf der Skizze gezeigt angeschlossen werden. Zuletzt muss das Elektrometer nun über das Steckernetzteil mit Strom versorgt werden.

Als nächstes muss das Hochspannungsnetzgerät aufgebaut werden. Wie in Abbildung 3 skizziert, wird zunächst der Minus-Pol mit dem Masse-Anschluss verbunden. Dann wird an den Pluspol ein langes Experimentierkabel angeschlossen, welches am anderen Ende eine Messspitze besitzt. Damit nichts und niemand versehentlich aufgeladen wird, wird die Messspitze in die oberste Bohrung einer Stativlochstange gesteckt. Der Drehregler muss bis ganz nach links an den Anschlag gedreht werden.

Zuletzt wird nun das Hochspannungsnetzgerät über ein Kaltgerätekabel mit Strom aus der Steckdose versorgt und eingeschaltet.

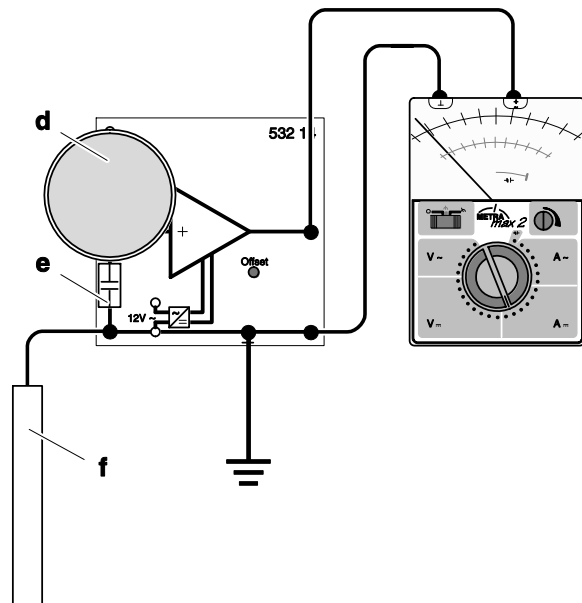


Abbildung 2: Versuchsaufbau zur Ermittlung des Zusammenhangs zwischen Kugelladung und Aufladespannung. Faraday-Becher (d), 10 nF-Kondensator (e), Anschlussstab (f)

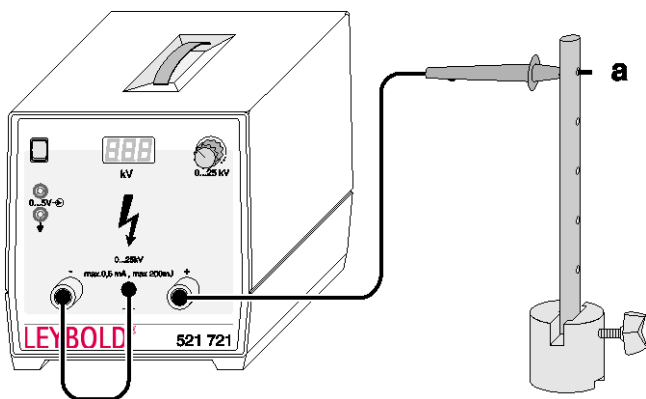


Abbildung 3: Aufbau des Hochspannungsnetzteils

**Messung**

1. Anschlussstab in die Hand nehmen (muss den ganzen Teilversuch in der Hand gehalten werden)
2. Netzgerät am Drehregler auf 5 kV einstellen
3. Kugel an der Messspitze aufladen (die Kugel nicht direkt berühren, sondern nur am Kunststoffstab anfassen)
4. Kugel am Faraday-Becher entladen
5. Spannung  $U_{HV}$  vom Netzteil gemeinsam mit abgelesener Spannung vom Voltmeter  $U_V$  in einer Tabelle notieren
6. Faraday-Becher und Kugel mit dem Anschlussstab berühren, um sie zu entladen

Dieser Ablauf wird für verschiedene Spannungen wiederholt: 7,5; 10; 12,5; 15; 17,5 kV.

Danach wird das Netzgerät ausgeschaltet und umgepolt: Das Kabel mit der Messspitze wird mit dem Minus-Pol des Netzgeräts verbunden und der Plus-Pol mit der Masse. Anschließend wird das Netzteil wieder eingeschaltet und die Messreihe von 2,5 kV bis 17,5 kV wiederholt.

**Auswertung**

Die Tabelle mit den Messdaten muss um eine Spalte nach rechts erweitert werden. Aus  $U_V$  und  $C = 10 \text{ nF}$  wird über

$$Q = C \cdot U$$

die Ladung  $Q$  ermittelt.

Tabelle: Beispielmessdaten Aufladespannung, Voltmeterspannung und Ladung

$U_{HV} / \text{kV}$	$U_V / \text{V}$	$Q / \text{nC}$
5	7,5	8
7,5	1,3	13
10	1,8	18
12,5	2,3	23
15	2,8	28
17,5	3,2	32
-5	-1,2	-12
-7,5	-1,5	-15
-10	-1,9	-19
-15	-2,8	-28
17,5	3,1	31

Diese Daten sollen nun gegeneinander aufgetragen und mit einer Ausgleichsgerade nach Augenmaß versehen werden. Für die Beispieldaten ergibt sich folgender Plot:

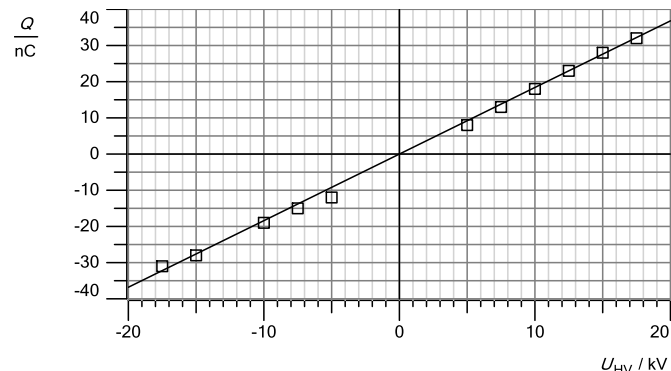


Abbildung 4: Ladung gegen Aufladespannung aufgetragen

Aus der Steigung der Ausgleichsgerade ergibt sich dann ein Faktor, mit dem sich jeder Aufladespannung direkt eine Kugelladung zuordnen lässt. Für die Beispielmessung liegt dieser Faktor bei 1,84. Das heißt, die Ladung in nC ist das 1,84-fache der Spannung in kV.

**Teilversuch 2: Zusammenhang zwischen Ladung und Kraft**

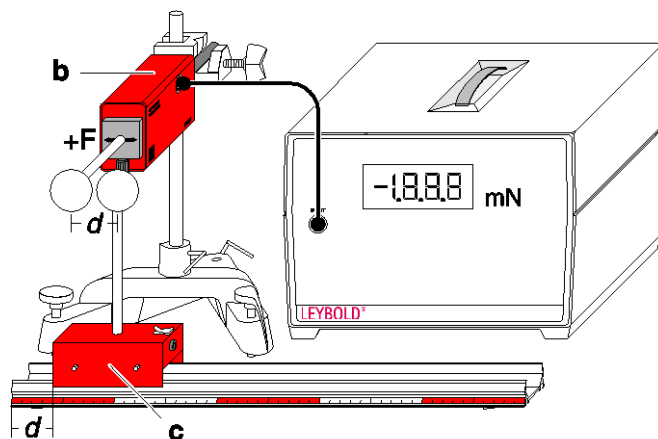


Abbildung 5: Aufbau für die Kraftmessung

**Aufbau**

Für diesen Versuch wird das Hochspannungsnetzgerät und der Kraftmesser benötigt. Das Hochspannungsmessgerät soll so aufgebaut sein wie im vorhergehenden Teilversuch.

Der Kraftmesser muss aufgebaut werden wie in Abbildung 5 skizziert. Eine der beiden Kugel wird mit einem Kunststoffstab auf dem Schlitten (c) montiert, die andere Kugel wird mit einem Kunststoffstab direkt am Kraftmesser (b) montiert. Der Kraftmesser wird per Kabel direkt mit dem universellen Messinstrument verbunden. Weitere Einstellungen am universellen Messgerät sind nicht nötig.

Nun wird der Messwagen auf die Präzisionsschiene gesetzt und beides so ausgerichtet, dass ein Abstand von  $d = 2 \text{ cm}$  auf der Präzisionsschiene ablesbar ist, wenn die Kugeln einen Abstand von 2 mm (Augenmaß genügt) haben. Außerdem sollten die beiden Kugeln möglichst auf gleicher Höhe sein.

Der Kraftmesser soll so ausgerichtet sein, dass seine negative Messrichtung in Richtung der Kugel auf dem Schlitten zeigt.

**Achtung:** Um zuverlässige Werte vom Kraftmesser zu erhalten, muss dieser mindestens 30 Minuten warm laufen und anschließend über den Taster „>0<“ genullt werden.

### Messung

Bei dieser Messung soll eine der beiden Kugeln nacheinander mit mehreren unterschiedlichen Spannungen aufgeladen werden, wobei der Abstand der Kugelmittelpunkte  $d$  und die Aufladespannung der anderen Kugel gleich bleiben muss. Die Aufladespannung  $U_{HV}$  wird dann gemeinsam mit der gemessenen Kraft  $F$  in einer Tabelle notiert.

1. Sicherstellen, dass  $d = 2 \text{ cm}$  ist
2. Hochspannungsnetzgerät auf Referenzspannung (diese muss das ganze Experiment über gleich gewählt werden, zu empfehlen ist 17,5 kV) einstellen
3. Eine der beiden Kugeln (es muss nicht immer dieselbe sein) mit dieser Referenzspannung aufladen
4. Hochspannungsnetzgerät auf 2,5 kV einstellen
5. zweite Kugel aufladen
6. Kraft und Spannung gemeinsam notieren

Dieser Ablauf wird wiederholt für 5; 7,5; 10; 12,5; 15; 17,5 kV anstelle von 2,5 kV. Danach wird das Hochspannungsnetzgerät wie im ersten Teilversuch umgepolt und die Messung für sämtliche Spannungen wiederholt.

### Auswertung

Bei folgender Beispielmessung wurde eine der beiden Kugel stets mit einer Referenzspannung von 17,5 kV aufgeladen. Dies entspricht einer Ladung von 32,2 nC. Die Tabelle wurde außerdem mit einer dritten Spalte versehen, in der die Ladung der Kugel mit Hilfe des Faktors aus dem ersten Aufgabenteil und der Aufladespannung errechnet wurde.

Tabelle: Aufladespannung und Ladung gegen Kraft

$U_{HV} / \text{kV}$	$Q / \text{nC}$	$F / \text{mN}$
2,5	4,6	0,42
5,0	9,2	0,59
7,5	13,8	0,95
10,0	18,4	1,52
12,5	23,0	1,56
15,0	27,6	2,04
17,5	32,2	2,44
-2,5	-4,6	-0,40
-5,0	-9,2	-0,73
-7,5	-13,8	-1,16
-10,0	-18,4	-1,21
-12,5	-23,0	-1,53
-15,0	-27,6	-2,15
-17,5	-32,2	-2,28

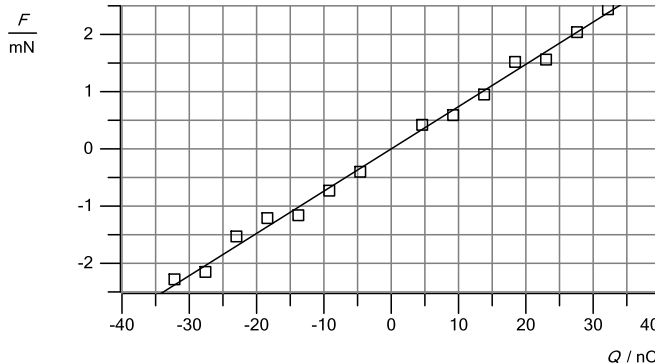


Abbildung 6: Zusammenhang zwischen Kraft und Ladung

Wie deutlich zu sehen ist, besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Kugelladung  $Q$  und der Kraft  $F$ .

### Teilversuch 3: Zusammenhang zwischen Kraft und Abstand

#### Aufbau

Dieser Teilversuch benötigt exakt den gleichen Aufbau, wie der vorangegangene Teilversuch. Entsprechend kann der Aufbau unverändert weiterverwendet werden.

#### Messung

Um die Abstandsabhängigkeit der elektrischen Kraft zu bestimmen, werden beide Kugeln gleichnamig mit 17,5 kV aufgeladen. Anschließend wird die Kugel auf dem Messwagen schrittweise an die Kugel auf dem Kraftmesser heran gefahren. Für 34; 24; 14; 12; 10; 8; 6 und 4 cm wird die Kraft notiert. Im Einzelnen besteht die Messung aus folgenden Schritten:

1. Schienenwagen auf etwa 30 cm Abstand fahren
2. Sicher stellen, dass das Hochspannungsnetzgerät auf 17,5 kV eingestellt ist
3. Beide Kugeln aufladen
4. Schienenwagen nacheinander auf 34; 24; 14; 12; 10; 8; 6 und 4 cm Abstand fahren und für jeden Abstand die Kraft notieren

#### Auswertung

Die Beispielmessung lieferte folgende Werte:

Tabelle: Abstand und invers quadrierter Abstand gegen Kraft

$d / \text{cm}$	$d^{-2} / \text{cm}^{-2}$	$F / \text{mN}$
34	0,0009	-0,01
24	0,0017	0,01
14	0,0051	0,40
12	0,0069	0,56
10	0,0100	0,82
8	0,0156	1,21
6	0,0278	2,15
4	0,0625	3,40

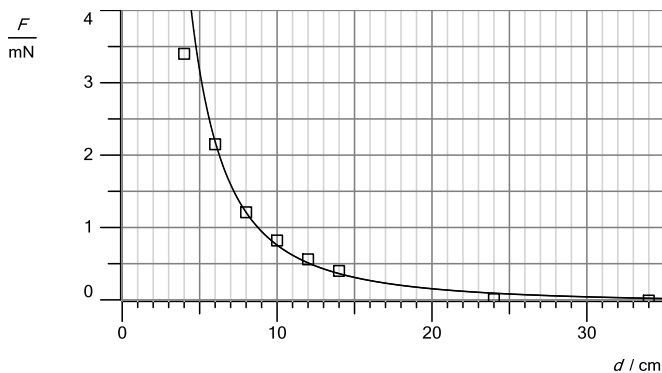


Abbildung 7: Kraft für verschiedene Ladungsentfernungen gegeneinander aufgetragen

Um ein klareres Bild unserer Messwerte zu erhalten, verwenden wir unsere Annahme

$$F \sim \frac{1}{d^2}$$

und tragen unsere Messdaten gegen  $d^{-2}$  auf, statt gegen  $d$ .

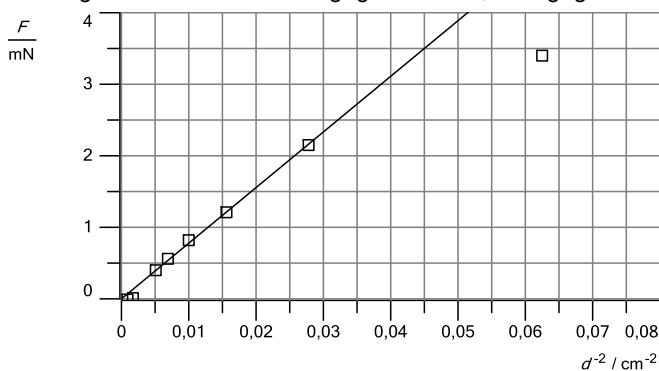


Abbildung 8: Kraft für verschiedene Ladungsentfernungen gegeneinander aufgetragen, mit modifizierter Horizontalachse

Hier ergibt sich deutlich sichtbar aus den Messpunkten eine Gerade. Das bestätigt, dass unsere Annahme korrekt ist. Der letzte Messpunkt wird dabei aus der Geradenanpassung heraus genommen, da die beiden geladenen Kugeln in diesem Falle sehr nah bei einander lagen und damit die eingangs erwähnte Näherungsbedingung nicht mehr erfüllen. Nach dieser muss der Kugelabstand sehr viel größer sein als der Kugelradius.

### Bestimmung von $\epsilon_0$

Das Formelzeichen  $\epsilon_0$  bezeichnet die *elektrische Feldkonstante*. Bereits aus den bisher gesammelten Messdaten lässt sie sich ermitteln. Durch umstellen des Coulombschen Gesetzes

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{d^2} \quad \Leftrightarrow \quad \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{Q_1 Q_2}{F d^2}$$

ließe sich  $\epsilon_0$  aus jedem einzelnen Messwert der letzten zwei Teilversuche berechnen. Da Einzelmesswerte aber stark Fehlerbehaftet sind, sollen für die Bestimmung von  $\epsilon_0$  verschiedene Messwerte herangezogen werden.

Besonders elegant geht das mit Hilfe von Abbildung 8. Die eingezeichnete Ausgleichsgerade hat die Steigung  $F d^2$ , in

der Beispielmessung liegt der Zahlenwert bei 77,7. Setzt man diesen nun gemeinsam mit der aus der Aufladespannung errechneten Ladung in Gleichung in das umgeformte Coulombsche Gesetz ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{1}{4\pi} \frac{32,2 \text{ nC} \cdot 32,2 \text{ nC}}{77,7 \text{ mN cm}^2} \\ &= 0,21 \frac{\text{nC}^2}{\text{mN} \cdot \text{cm}^2} \\ &= 10,53 \times 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \end{aligned}$$

Literaturwert:  $8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$