

Aufbau eines Kugelfall-Viskosimeters zur Bestimmung der Viskosität von zähen Flüssigkeiten

Versuchsziele

- Aufbau eines Kugelfall-Viskosimeters.
- Bestimmung der Viskosität von Glycerin.

Grundlagen

Auf einen Körper, der sich durch eine Flüssigkeit bewegt, wirkt eine Reibungskraft, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Ihr Betrag hängt von der Geometrie des Körpers, seiner Geschwindigkeit und der inneren Reibung der Flüssigkeit ab. Ein Maß für die innere Reibung ist die dynamische Viskosität η . Für eine Kugel mit dem Radius r und der Geschwindigkeit v in einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität η berechnete *G. G. Stokes* die Reibungskraft zu

$$F_1 = 6\pi \cdot \eta \cdot v \cdot r \quad (I)$$

Fällt die Kugel in der Flüssigkeit senkrecht nach unten, so bewegt sie sich nach einer gewissen Zeit mit konstanter Geschwindigkeit v und alle auf die Kugel wirkenden Kräfte befinden sich im Gleichgewicht: die nach oben wirkende Reibungskraft F_1 , die ebenfalls nach oben wirkende Auftriebskraft

$$F_2 = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot \rho_1 \cdot g \quad (II)$$

und die nach unten wirkende Gewichtskraft

$$F_3 = \frac{4\pi}{3} \cdot r^3 \cdot \rho_2 \cdot g \quad (III)$$

ρ_1 : Dichte der Flüssigkeit

ρ_2 : Dichte der Kugel

g : Fallbeschleunigung

Es gilt:

$$F_1 + F_2 = F_3 \quad (IV)$$

Daher kann die Viskosität durch Messung der Fallgeschwindigkeit v bestimmt werden.

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot \frac{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}{v} \quad (V)$$

wobei die Fallgeschwindigkeit aus der Fallstrecke s und der Fallzeit t ermittelt wird. Für die Viskosität gilt dann

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot \frac{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g \cdot t}{s} \quad (VI)$$

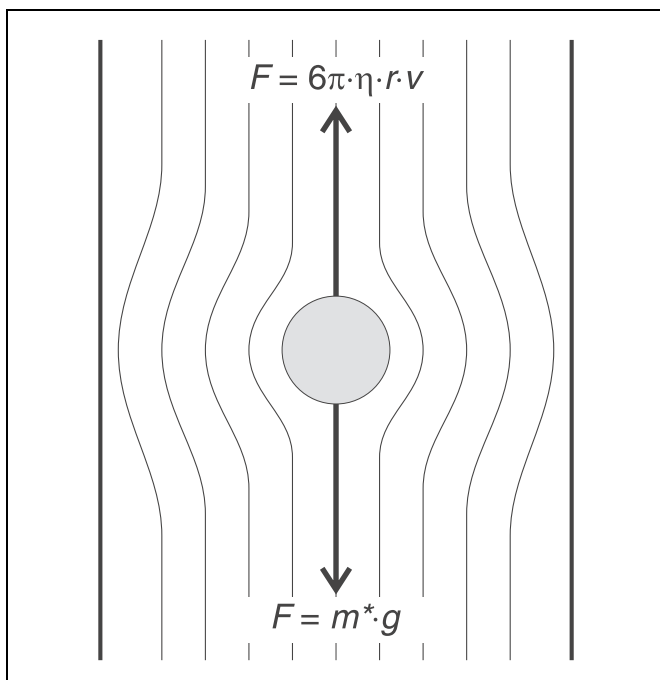
Gl. (I) ist in der Praxis zu korrigieren, da die Annahme einer unendlich ausgedehnten Flüssigkeit unrealistisch ist und die Geschwindigkeitsverteilung der Flüssigkeitsteilchen relativ zur Kugeloberfläche von den endlichen Abmessungen der Flüssigkeit beeinflusst wird. So gilt für die Bewegung der Kugel längs der Achse eines unendlich langen Flüssigkeitszylinders mit dem Radius R

$$F_1 = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot v \cdot \left(1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}\right) \quad (VII)$$

Gl. (V) erhält damit die Form

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot r^2 \cdot \frac{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g \cdot t}{s} \cdot \frac{1}{1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}} \quad (VIII)$$

Berücksichtigt man die endliche Länge L des Flüssigkeitszylinders, so kommen weitere Korrekturen von der Größenordnung $\frac{r}{L}$ hinzu.



Geräte	
1 Stahlkugel, Ø16 mm	200 67 288
1 Fallröhre	379 001
6 Glycerin, 99 %, 250 ml	672 121
1 Zählgerät P	575 45
1 Haltemagnet	336 21
1 Kleinspannungs-Netzgerät 3, 6 ,9 ,12 V	522 16
1 Morsetaster	504 52
1 Großer Stativfuß, V-förmig	300 01
1 Stativstange, 100 cm	300 44
1 Stativstange, 25 cm	300 41
1 Leybold-Muffe	301 01
1 Muffe mit Klemme	301 11
1 Rollbandmaß, 2m	311 77
1 Paar Magnete, zylindrisch	510 48
Experimentierkabel	500 442
<i>zusätzlich empfohlen:</i>	
1 Präzisions-Meßschieber	311 54
1 Meßzylinder, 100 ml, Kunststoff	590 08
1 Elektronische Waage LS 200, 200g : 0,1 g	667 793

Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 1 dargestellt:

- Stativmaterial zusammenbauen.
- Fallröhre schräg halten, Glycerin langsam und möglichst blasenfrei fast bis zum oberen Rand einfüllen.

Hinweis:

Durch Luftblasen in der Flüssigkeit werden Viskosität und Dichte beeinflußt.

Falls sich beim Einfüllen kleine Luftblasen gebildet haben, einige Stunden bis zur Durchführung des Experiments warten.

- Fallröhre – auf dem Experimentiertisch aufstützend – in der Muffe mit Klemme (c) befestigen.
- Rändelschraube (a) des Haltemagneten bis zum Anschlag nach unten drehen, so daß der Eisenkern (b) aus dem Spulenkörper herausragt.
- Haltemagnet an Ausgang DC des Kleinspannungs-Netzgerätes anschließen, dabei den Anschluß des Minuspols über den Morsetaster führen, so daß die Verbindung in Ruhestellung des Morsetasters geschlossen ist.
- Ausgangsspannung 12 V einschalten und Stahlkugel an Eisenkern (b) anhängen.
- Rändelschraube (a) mit ca. fünf Umdrehungen nach oben drehen.
- Haltemagnet mit angehängter Stahlkugel so über der Flüssigkeitssäule positionieren, daß die Stahlkugel mittig zur Zylinderachse angeordnet ist und vollständig in die Flüssigkeit eintaucht.
- Fallröhre einige cm über dem Röhrenboden markieren und den Abstand zwischen Kugelunterkante und Markierung als Fallstrecke s messen.

Beschaltung des Zählgerätes P:

- Masseanschluß des Zählgerätes P mit Zuleitungsbuchse (d) des Morsetasters, Starteingang mit Buchse (e) und Stoppeingang mit Buchse (f) verbinden.
- Meßbereich ms wählen.

Durchführung

- Zählgerät P mit Taste „0“ auf Null stellen.
- Morsetaster auslösen und die fallende Kugel beobachten.
- Sobald die Kugel die Markierung (c) erreicht hat, den Morsetaster loslassen.
- Fallzeit t am Zählgerät P ablesen und notieren.

Falls die Kugel überhaupt nicht oder verzögert herunterfällt:

- Schaltung überprüfen.
- Eisenkern etwas weiter nach oben drehen.
- Kleinere Spannung für Haltemagnet wählen.

Falls die Kugel herunterfällt, ohne daß der Morsetaster ausgelöst wurde.

- Eisenkern etwas nach unten drehen.

Wiederholung der Messung:

- Spannung für Haltemagnet auf 12 V schalten und Rändelschraube (a) bis zum Anschlag nach unten drehen.
- Stahlkugel mit zusammenhängendem Paar Magneten (rote Markierung nach außen) von außen am Boden des Gefäßes einfangen, an der Gefäßwand entlang langsam nach oben bis zum Haltemagnet ziehen und z.B. mit einem gebogenen Drahtstück genau unter den Eisenkern stoßen (siehe Fig. 2).
- Rändelschraube erneut nach oben drehen, Zählgerät P auf Null stellen und Messung der Fallzeit wiederholen.

Falls die zusätzlich empfohlenen Geräte zur Verfügung stehen (siehe oben):

- Innendurchmesser D der Fallröhre, Durchmesser d und Masse m₂ der Stahlkugel bestimmen.
- Meßzylinder auf die elektronische Waage stellen und Waage tarieren.
- 100 ml Glycerin aus Vorratsflasche in den Meßzylinder füllen und Masse bestimmen.

Meßbeispiel

Tab. 1: Fallzeiten t

n	$\frac{t}{ms}$
1	2084
2	2110
3	2104
4	2036
5	2116

Fallstrecke: s = 66,6 cm

Kugeldurchmesser: d = 16,0 mm*)

Durchmesser der Fallröhre: D = 44 mm*)

Kugelmasse: m₂ = 16,7 g*)

Masse von 100 ml Glycerin: m₁ = 125,4 g*)

*) Falls diese Größen nicht gemessen werden, sind folgende Werte für die weitere Auswertung zu verwenden:

r = 8 mm, R = 22 mm, ρ₁ = 1260 kg m⁻³, ρ₂ = 7790 kg m⁻³

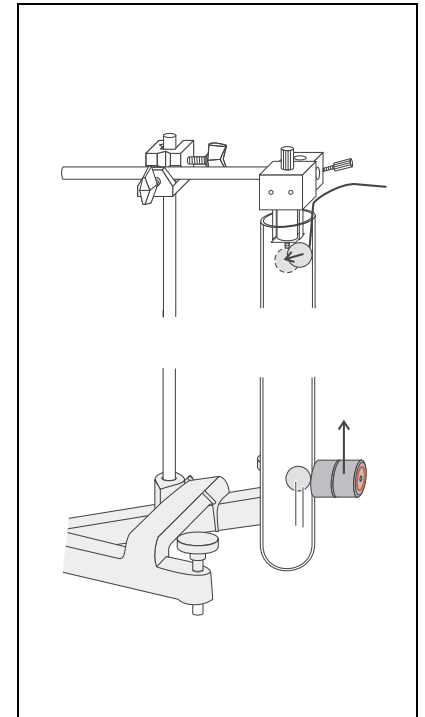
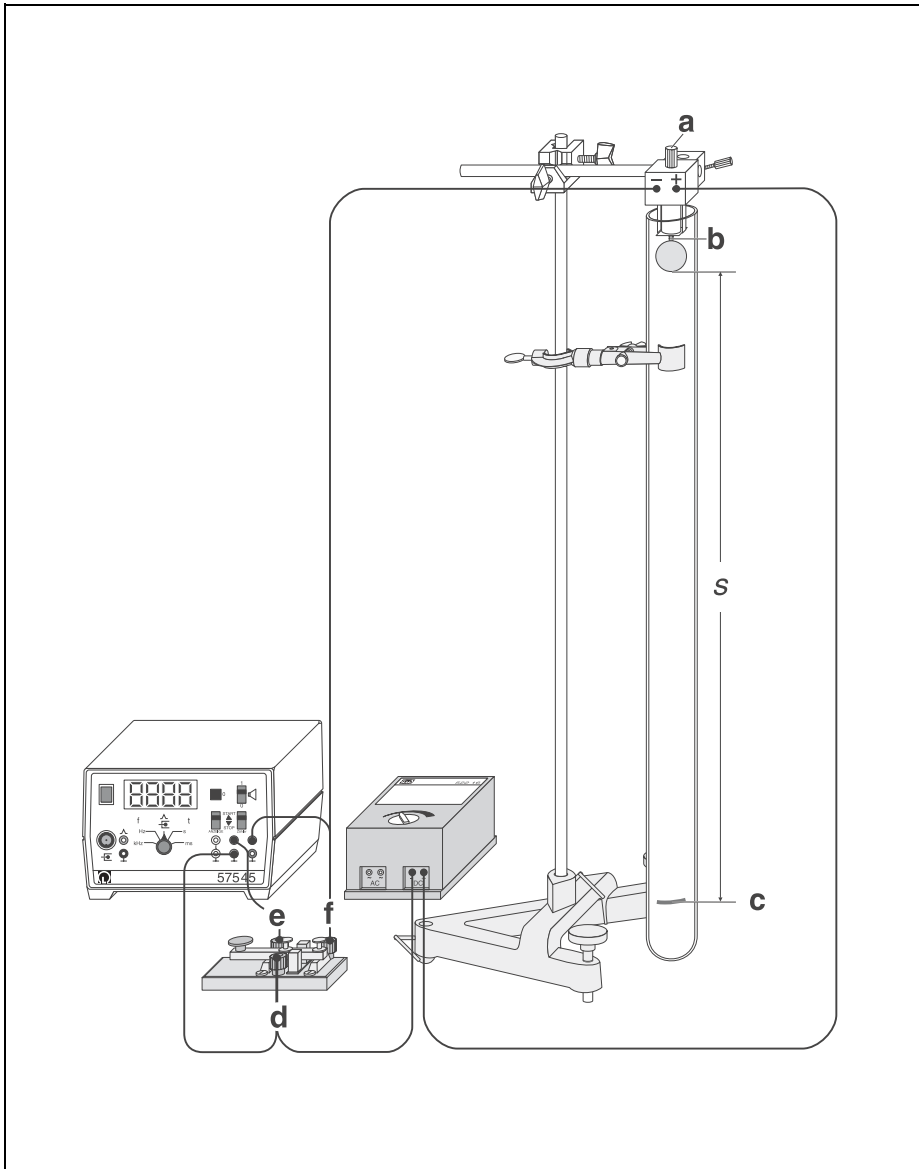


Fig. 2 Rückführung der Stahlkugel ▲

◀ Fig. 1 Versuchsaufbau zur Bestimmung der Viskosität von Glycerin

Auswertung und Ergebnis

Fallzeit:

Mittelwert der Meßergebnisse aus Tab. 1: $t = 2,090 \text{ s}$

Dichte der Kugel:

Aus den Meßergebnissen berechnet man

$$V_2 = 2,14 \text{ cm}^3 \text{ und } \rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = 7787 \text{ kg m}^{-3}$$

Dichte des Glycerin:

$$\rho_1 = 1254 \text{ kg m}^{-3}$$

Damit erhält man für die Viskosität entsprechend Gl. (VII):

$$\eta = 1,53 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Literaturwert für $\vartheta = 20 \text{ }^\circ\text{C}$:

$$\eta = 1,480 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

Beim Vergleich mit dem Literaturwert ist zu beachten, daß die Viskosität von Glycerin stark von der Temperatur abhängt.

Zusatzinformation

Die Bewegungsgleichung der fallenden Kugel

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F_3 - F_2 - F_1$$

läßt sich unter Anwendung der Gleichungen (II), (III) und (VII) in folgende Differentialgleichung umformen:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \cdot g - \frac{v}{\tau}$$

mit Zeitkonstante

$$\tau = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \cdot \rho_2}{\eta} \cdot \frac{1}{1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}}$$

Deren Lösung lautet für die Anfangsbedingung $v(t=0) = 0$:

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{r^2 \cdot (\rho_2 - \rho_1) \cdot g}{\eta} \cdot \frac{1}{1 + 2,4 \cdot \frac{r}{R}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Mit den Parametern der Messung erhält man $\tau = 39 \text{ ms}$; die gesamte Fallzeit beträgt 2,1 s. Daher ist die Annahme einer konstanten Fallgeschwindigkeit in guter Näherung berechtigt.

