Mechanik

Schwingungslehre

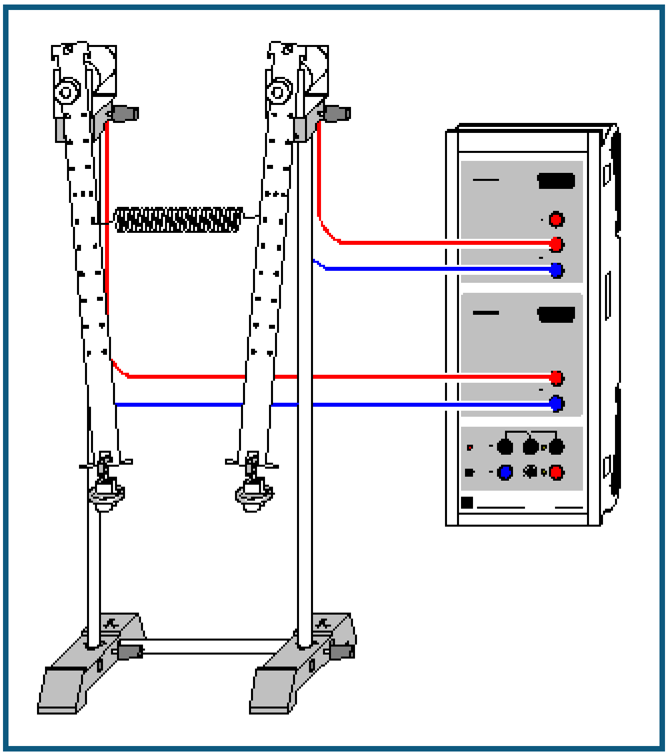
Kopplung von Schwingungen

Gekoppelte Pendel - Aufzeichnung und Auswertung mit CASSY

Beschreibung aus CASSY Lab 2

Zum Laden von Beispielen und Einstellungen bitte die CASSY Lab 2-Hilfe verwenden.

Gekoppelte Pendel mit zwei Tachogeneratoren



auch für Pocket-CASSY geeignet

Versuchsbeschreibung

Zwei gekoppelte Pendel schwingen gleichphasig mit der Frequenz f_1, wenn sie um die gleiche Strecke aus der Ruhelage ausgelenkt wurden. Wird das zweite Pendel in entgegengesetzter Richtung ausgelenkt, schwingen die Pendel gegenphasig mit der Frequenz f_2. Lenkt man nur ein Pendel aus, wird eine gekoppelte Schwingung mit der Frequenz

$f_n = ½ (f_1 + f_2)$

erzeugt, bei der die Schwingungsenergie zwischen den beiden Pendeln hin und her übertragen wird. Das erste Pendel kommt nach einer gewissen Zeit zur Ruhe, während das zweite gleichzeitig seine größte Amplitude erreicht. Die Zeit von einem Stillstand eines Pendels zum nächsten bezeichnet man T_s. Für die zugehörige Schwebungsfrequenz gilt

$f_s = | f_1 – f_2 |$.

Benötigte Geräte

1	Sensor-CASSY	524 010 oder 524 013
1	CASSY Lab 2	524 220
1	Paar Stabpendel	346 03
1	Satz Laststücke	340 85
2	Haltebügel, steckbar	aus 314 04ET5
1	Schraubenfeder, 3 N/m	352 10
2	STE-Tachogeneratoren	579 43
2	Muffenblocks	301 25
1	Stativstange, 25 cm, d = 10 mm	301 26
2	Stativstangen, 50 cm, d = 10 mm	301 27
2	Stativfüße MF	301 21
2	Paar Kabel, 100 cm, rot und blau	501 46
1	PC mit Windows XP/Vista/7/8	

Versuchsaufbau (siehe Skizze)

Die Bewegung der Pendel wird auf die Tachogeneratoren übertragen. Die Spannung der Tachogeneratoren wird an den Eingängen A und B des Sensor-CASSYs gemessen. Zur Variation der Kopplung kann die Kopplungsfeder in unterschiedlichen Höhen angebracht werden.

Versuchsdurchführung

- Einstellungen laden
- Messung mit starten und beide Pendel gleichphasig auslenken (Messung stoppt nach 30 s)
- Messung mit starten und beide Pendel gegenphasig auslenken (Messung stoppt nach 30 s)
- Messung mit starten und nur das erste Pendel anstoßen (Messung stoppt nach 30 s)

Auswertung

In der Darstellung **Eigenschwingungen** (mit der Maus anklicken) werden die beiden Eigenschwingungen

$U_+ = U_A + U_B$

$U_- = U_A – U_B$

dargestellt. Bei der gleichphasigen Anregung schwingt nur U_+ mit der Frequenz f_1, bei der gegenphasigen nur U_- mit der Frequenz f_2. Erst nach dem alleinigen Anstoßen des ersten Pendels schwingt das System mit beiden Eigenfrequenzen und erzeugt damit die typische Schwebung in der **Standard**-Darstellung.

Als Hilfsmittel zur Bestimmung der Schwebungsfrequenz f_s und der neuen Schwingungsfrequenz f_n eignen sich z. B. senkrechte Markierungslinien oder die direkte Differenzmessung (zur Erhöhung der Genauigkeit sollte bei der Bestimmung der Schwingungsfrequenz f_n über mehrere Perioden gemittelt werden).

Im Beispiel ergibt sich f_1 = 0,875 Hz, f_2 = 0,986 Hz, f_n = 0,93 Hz, f_s = 0,11 Hz und bestätigt damit gut die Theorie $f_n = ½ (f_1 + f_2)$ = 0,93 Hz und $f_s = | f_1 – f_2 |$ = 0,11 Hz.

Im **Frequenzspektrum** lassen sich die Frequenzen und Amplituden von U_+, U_- und U_A miteinander vergleichen. Die Frequenzen lassen sich dort am einfachsten als Peakschwerpunkte bestimmen.

Theorie

Die Bewegungsgleichungen der Pendelkörper lauten unter Verwendung geeigneter Näherungen (kleine Auslenkungen, vernachlässigbare Masse der Kopplungsfeder und des Pendelstabes, keine Dämpfung):

$F_1 = ma_1 = –Dx_1 + C(x_2 – x_1)$
$F_2 = ma_2 = –Dx_2 – C(x_2 – x_1)$

$-Dx_i$ (mit D = mg/l) beschreibt die Rückstellkraft eines einzelnen Pendels und $C(x_2 – x_1)$ beschreibt die Kraft durch die Kopplung zwischen beiden Pendeln. Als Lösung ergibt sich die Superposition

$x(t) = A \cos(\omega_1 \cdot t) + B \cos(\omega_2 \cdot t)$

mit den Fundamentalfrequenzen ω_1 und ω_2. Die speziellen Anfangsbedingungen liefern die Werte für A und B:

Gleichphasige Anregung liefert $A = x_0$, $B = 0$ (harmonische Schwingung mit ω_1)
Gegenphasige Anregung liefert $A = 0$, $B = x_0$ (harmonische Schwingung mit ω_2)
Auslenkung nur eines Pendels liefert $A = B = ½ x_0$.

Im letzten Fall gilt

$x(t) = ½ x_0 (\cos(\omega_1 \cdot t) + \cos(\omega_2 \cdot t)) = x_0 \cos(½ \omega_s \cdot t) \cos(\omega_n \cdot t)$

mit $\omega_s = | \omega_1 – \omega_2 |$ und $\omega_n = ½ (\omega_1 + \omega_2)$ oder $f_s = | f_1 – f_2 |$ und $f_n = ½ (f_1 + f_2)$.

Wenn die Abweichung der beiden Frequenzen f_1 und f_2 klein ist, beschreibt diese Gleichung eine Schwingung der Frequenz f_n, die mit der langsamen Frequenz f_s moduliert wird – also eine Schwebung.