

Pendel mit veränderbarer Fallbeschleunigung (variables g-Pendel)

Versuchsziel

- Messung der Schwingungsdauer in Abhängigkeit vom Neigungswinkel eines Stabpendels
- Simulation der Fallbeschleunigung auf verschiedenen Himmelskörpern

Grundlagen

Bei einem variablen g-Pendel (Pendel nach Mach) kann die Schwingungsebene des Pendels um einen Winkel ϑ geneigt werden. So kann der Einfluss der Fallbeschleunigung auf die Schwingungsdauer des Pendels gezeigt werden. Durch die Neigung des Pendels wirkt nur noch der Teil $g \cdot \cos \vartheta$ der Erdbeschleunigung auf das Pendel.

Alternativ kann auch die Fallbeschleunigung auf verschiedenen Himmelskörpern simuliert werden. Hierzu wird der Neigungswinkel bestimmt, bei dem der Wert $g \cdot \cos \vartheta$ gerade der Fallbeschleunigung a an der Oberfläche der Himmelskörper entspricht. Für folgende Beispiele ergibt sich

Himmelskörper	Fallbeschleunigung	ϑ
Erde(Bezugsort)	9,81 m/s ²	0°
Venus	8,87 m/s ²	25,3°
Mars	3,71 m/s ²	67,8°
Mond	1,62 m/s ²	80,5°
Pluto	0,58 m/s ²	86,6°

Wird beim Pendel der entsprechende Neigungswinkel ϑ eingestellt, so schwingt das Pendel mit der Schwingungsdauer, die sich auch auf dem jeweiligen Himmelskörper gemessen würde.

Die Bewegungsgleichung für ein physikalisches Pendel mit dem Trägheitsmoment J , der Masse m und dem Abstand s zwischen Drehpunkt und Schwerpunkt lautet dann

$$J \cdot \alpha'' + m \cdot (g \cos \vartheta) \cdot s \cdot \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

Es ergeben sich je nach Neigung ϑ unterschiedliche Schwingungsdauern

$$T_{\vartheta} = 2\pi \sqrt{\frac{I_r}{g \cos \vartheta}} \quad (2)$$

mit der reduzierten Pendellänge $I_r = J / m \cdot s$.

Im Versuch wird die Schwingungsdauer in Abhängigkeit vom Neigungswinkel untersucht. Durch eine freie Anpassung der Daten wird die Abhängigkeit $a = g \cdot \cos \vartheta$ bestätigt. Anschließend wird die Schwingungsdauer des Pendels für verschiedene Himmelskörper bestimmt, indem am Pendel der entsprechende Neigungswinkel ϑ eingestellt und die Schwingungsdauer gemessen wird.

Aufbau



Abb. 1: Versuchsaufbau

Geräte

1 Sensor-CASSY	524 010USB
1 CASSY Lab	524 200
1 Drehbewegungssensor S	524 082
1 Physikalisches Pendel	346 20
1 Leybold-Muffe	301 01
2 Stativstange, 25 cm, d = 10 mm	301 26
1 Stativstange, 50 cm, d = 10 mm	301 27
2 Stativfuß MF	301 21
zusätzlich erforderlich:	
1 PC ab Windows 98/2000/XP/Vista	
1 Winkelskala (Vorlage in CASSY Lab enthalten)	

Versuchsvorbereitung


- Winkelskala mit eingezeichneten Himmelskörpern ausdrucken. Die Vorlage kann im Beispiel „Pendel mit veränderbarer Fallbeschleunigung (variables g-Pendel)“ von CASSY Lab aufgerufen und ausgedruckt werden.
- Die Mitte der Skala mit einem scharfen Messer wie vorgezeichnet kreuzweise einschneiden.

Versuchsaufbau

- Stativmaterial wie in Abbildung 1 aufbauen. Darauf achten, dass beide Stativfüße plan auf der Unterlage stehen.
- Das Pendel am Aufhängepunkt mit 5 cm Abstand zum Stabende auf der Achse des Drehbewegungssensors S befestigen.
- Die Winkelskala auf die Stativstange des Drehbewegungssensors schieben.
- Das Pendel senkrecht und die Winkelskala auf $\vartheta = 0^\circ$ stellen.
- Den Drehbewegungssensor S an den Eingang A des Sensor-CASSY anschließen.
- CASSY Lab aufrufen und das Beispiel „Bestimmung der Erdbeschleunigung mit einem Reversionspendel“ laden.
- Einstellungen laden.

Durchführung

Schwingungsdauer in Abhängigkeit vom Neigungswinkel

- Das Pendel etwa 10° auslenken.
- Wenn der Anzeigewert für die Schwingungsdauer T_{A1} konstant geworden ist und die Amplitude auf etwa 5° abgenommen hat, den Messwert mit  oder Taste F9 aufnehmen und den Winkel in Spalte ϑ eintragen (Tabellenzelle mit der Maus anklicken).
- Den Winkel jeweils um 10° erhöhen und die Messung bis $\vartheta = 80^\circ$ wiederholen.

Simulation verschiedener Himmelskörper

- Den Winkel $\vartheta = 25,3^\circ$ zur Simulation der Venus einstellen.
- Die Schwingungsdauer T_{A1} messen und notieren.
- Die Messung für weitere Himmelskörper wiederholen. Auf der Winkelskala sind die Einstellungen für verschiedene Himmelskörper bereits eingezeichnet.

Messbeispiel und Auswertung

Schwingungsdauer in Abhängigkeit vom Neigungswinkel

In Abbildung 2 sind die Messwerte für die Schwingungsdauer T_{A1} über dem Neigungswinkel ϑ als schwarze Quadrate aufgetragen. Während sich die Schwingungsdauer für Winkel $< 30^\circ$ nur wenig ändert, hat sich die Schwingungsdauer bei $\vartheta = 80^\circ$ mehr als verdoppelt.

Zusätzlich sind in Abbildung 2 die Werte für den wirksamen Teil der Fallbeschleunigung a als rote Dreiecke gezeigt. Sie ergeben sich laut Gleichung (2) aus der Schwingungsdauer :

$$a = g \cos \vartheta = 4\pi^2 \frac{l_r}{T^2}$$

und werden schon während der Messung in das Diagramm eingetragen. Die reduzierte Pendellänge $l_r = 17,5$ cm (für das Stabpendel ohne Zusatzmasse) wurde im Versuch P1.5.1.3 „Schwingungen eines Stabpendels“ berechnet und experimentell bestätigt. Damit erhält man

$$a = \frac{6,91 \text{ m}}{T^2}$$

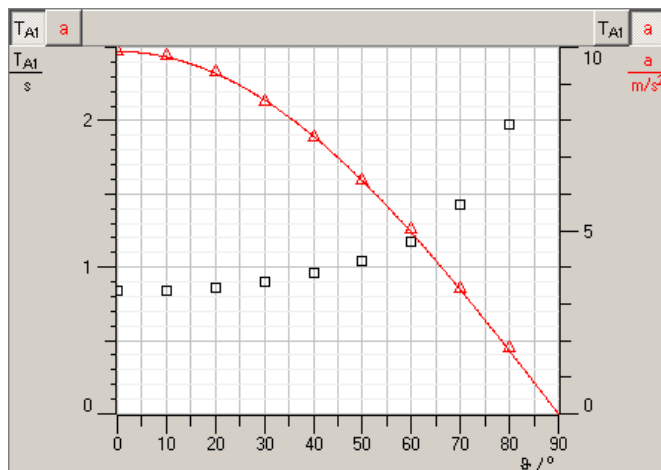


Abbildung 2: Schwingungsdauer T (schwarz) und Beschleunigung a (rot) in Abhängigkeit vom Neigungswinkel des Pendels.

Die rote Kurve zeigt eine freie Anpassung der Daten mit einer Funktion der Form $a = A \cdot \cos \vartheta$ mit $A = 9,88 \text{ m/s}^2$. Die Punkte werden durch die angepasste Kurve sehr gut wiedergegeben, die Abhängigkeit $a = g \cdot \cos \vartheta$ ist daher gut erfüllt.

Simulation verschiedener Himmelskörper

Anschließend wurden die Winkel für verschiedene Himmelskörper eingestellt und die Schwingungsdauer T bestimmt. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

Himmelskörper	Fallbeschleunigung	ϑ	T
Erde(Bezugsort)	$9,81 \text{ m/s}^2$	0°	$0,837 \text{ s}$
Venus	$8,87 \text{ m/s}^2$	$25,3^\circ$	$0,876 \text{ s}$
Mars	$3,71 \text{ m/s}^2$	$67,8^\circ$	$1,354 \text{ s}$
Mond	$1,62 \text{ m/s}^2$	$80,5^\circ$	$1,974 \text{ s}$
Pluto	$0,58 \text{ m/s}^2$	$86,6^\circ$	$2,923 \text{ s}$

Hinweis:

Wird ein anderer Aufhängepunkt oder eine zusätzliche Masse verwendet, muss die zugehörige reduzierte Pendellänge bestimmt und in den Einstellungen die Formel für die Beschleunigung a entsprechend geändert werden.