

## Mechanik

Schwingungslehre

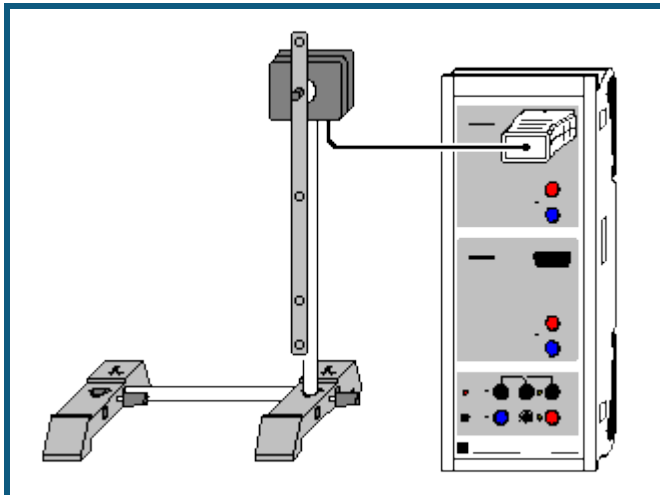
*Mathematisches und Physikalisches Pendel*

## Schwingungen eines Stabpendels

### Beschreibung aus CASSY Lab 2

Zum Laden von Beispielen und  
Einstellungen bitte die CASSY Lab 2-Hilfe  
verwenden.

## Schwingungen eines Stabpendels



auch für [Pocket-CASSY](#) geeignet

### Versuchsbeschreibung

Die Bewegungsgleichung für ein physikalisches Pendel mit dem Trägheitsmoment  $J$ , der Masse  $m$  und dem Abstand  $s$  zwischen Drehpunkt und Schwerpunkt

$$M = J \cdot \alpha'' = -m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha$$

beschreibt für kleine Auslenkungen ( $\sin \alpha \approx \alpha$ ) eine harmonische Schwingung mit der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{J/mgs}$$

Für eine bessere Anschauung wird die reduzierte Pendellänge  $l_r = J/ms$  eingeführt. Dann ist die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{l_r/g}$$

Beim mathematischen Pendel ist die gesamte Pendelmasse in einem Punkt vereinigt. Es hat daher das Trägheitsmoment  $J = ms^2$  und die reduzierte Pendellänge ist  $l_r = J/ms = s$ , also gleich des Abstands zwischen Pendelmasse (Schwerpunkt) und Drehachse.

Ein physikalisches Pendel mit der reduzierten Pendellänge  $l_r$  entspricht also einem mathematischen Pendel mit dieser Länge.

In diesem Versuch wird die reduzierte Pendellänge aus der gemessenen Schwingungsdauer bestimmt und mit der berechneten reduzierten Pendellänge verglichen.

### Benötigte Geräte

1	<a href="#">Sensor-CASSY</a>	524 010 oder 524 013
1	<a href="#">CASSY Lab 2</a>	524 220
1	<a href="#">Drehbewegungssensor S</a>	524 082
1	Physikalisches Pendel	346 20
1	Stativstange, 25 cm, d = 10 mm	301 26
2	Stativfüße MF	301 21
1	PC mit Windows XP/Vista/7/8	

### Versuchsaufbau (siehe Skizze)

Das Pendel wird auf die Achse des Drehbewegungssensors geschraubt.

### Versuchsdurchführung

■ Einstellungen laden

- Nullpunkt in Gleichgewichtslage des Pendels definieren ( $\rightarrow 0 \leftarrow$  in [Einstellungen αA1](#))
- Pendel nur etwa 5° auslenken und loslassen
- Messung mit starten. Die Messung stoppt nach 10 s automatisch
- Messung ohne Massestück oder mit einem weiteren Massestück wiederholen

## Auswertung

Nach einigen Schwingungen lässt sich durch eine senkrechte Linie die Dauer für diese Schwingungen und daraus die gemittelte Schwingungsdauer bestimmen. Im Beispiel ergibt sich  $T = 0,840$  s. Daraus ergibt sich mit  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup> die reduzierte Pendellänge  $l_r = g \cdot T^2 / 4\pi^2 = 17,5$  cm.

Dies deckt sich gut mit der näherungsweise berechneten reduzierten Pendellänge  $l_r$  des Stabes. Das Trägheitsmoment des Stabes bei Drehung durch den Schwerpunkt ist  $J_S = 1/12 \cdot ml^2$ . Die Drehachse ist an diesem Pendel aber  $s = 1/3 \cdot l$  vom Schwerpunkt entfernt. Nach dem Steinerschen Satz ergibt sich daher  $J = J_S + ms^2 = 7/36 ml^2$  und  $l_r = 7/36 \cdot ml^2 / ms = 7/12 \cdot l = 17,5$  cm (für  $l = 30$  cm).

Umgekehrt kann man aus der berechneten reduzierten Pendellänge und der gemessenen Schwingungsdauer auch auf die Erdbeschleunigung  $g = l_r \cdot 4\pi^2 / T^2 =$  schließen.

## Experimentelle Bestimmung der reduzierten Pendellänge

Verschiebt man ein Massestück der Masse  $m_2$  auf dem Pendelstab solange bis die Periodendauer  $T$  verglichen zum Stab ohne Massestück unverändert bleibt, dann ist auch die reduzierte Pendellänge  $l_r$  unverändert. Durch die dann erreichte Position  $x$  des (punktförmigen) Massestücks erhöht sich das Trägheitsmoment des Pendels um  $J_2 = m_2 \cdot x^2$ . Da sich die reduzierte Pendellänge  $l_r$  nicht verändert hat, gilt

$$l_r = J/ms = (J + J_2)/(m + m_2)/s'$$

wobei  $s'$  der Abstand des neuen Schwerpunkts vom Drehpunkt ist, also  $s' = (m \cdot s + m_2 \cdot x)/(m + m_2)$ . Daraus folgt

$$J/ms = (J + m_2 \cdot x^2)/(m \cdot s + m_2 \cdot x) = J/ms \cdot (1 + m_2 \cdot x^2/J)/(1 + m_2 \cdot x/ms) \text{ oder } m_2 \cdot x^2/J = m_2 \cdot x/ms, \text{ also}$$

$$x = J/ms = l_r.$$

Das (punktförmige) Massestück sitzt dann also genau auf der reduzierten Pendellänge. Da es in Wirklichkeit aber eine endliche Ausdehnung hat, ist dies nur eine Näherung.