

## Kinetische Energie einer gleichmäßig beschleunigten Masse

Aufzeichnung und Auswertung mit VideoCom

### Versuchsziele

- Aufzeichnung des Weg-Zeit-Diagramms gleichmäßig beschleunigter Bewegungen in Abhängigkeit von der beschleunigten Masse und der beschleunigenden Kraft.
- Bestimmung der kinetischen Energie und der Gesamtenergie der gleichmäßig beschleunigten Masse.

### Grundlagen

#### Kinetische Energie:

Wird ein Massenpunkt der Masse  $m$  durch eine konstante Kraft  $F$  längs des Weges  $s$  gleichmäßig beschleunigt, so wird ihm die Energie

$$E = F \cdot s \quad (I)$$

zugeführt. Zwischen dem Weg  $s$  und der benötigten Zeit  $t$  besteht bei einem anfangs ruhenden Massenpunkt der Zusammenhang

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (II),$$

wenn

$$a = \frac{F}{m} \quad (III)$$

die konstante Beschleunigung ist; die Endgeschwindigkeit ist

$$v = a \cdot t \quad (IV),$$

Also hat der Massenpunkt die Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (V);$$

sie wird kinetische Energie genannt.

#### Potentielle Energie und Gesamtenergie:

Die beschleunigende Kraft  $F$  kann z.B. dem Gewicht einer zweiten Masse  $m_2$  im Schwerfeld der Erde entsprechen, die über einen Faden an der ersten Masse zieht (siehe Fig. 1). Dann ist

$$F = m_2 \cdot g \quad (VI).$$

Diese Masse befindet sich zu Anfang auf einer Höhe  $h$  und hat dort gemäß (I) die Energie

$$E_{\text{pot}} = m_2 \cdot g \cdot h \quad (VII);$$

diese Energie wird potentielle Energie genannt. Während die erste Masse die Strecke  $s$  zurücklegt, fällt die zweite Masse um die gleiche Strecke. Ihre potentielle Energie ist daher während des Fallens

$$E_{\text{pot}} = m_2 \cdot g \cdot (h - s) \quad (VIII).$$

Da die fallende Masse ebenfalls beschleunigt wird, muss sie bei der Berechnung der kinetischen Energie berücksichtigt werden. Daher ist als Masse  $m$  in Gl. (III) und (V) die Gesamtmasse

$$m = m_1 + m_2 \quad (IX)$$

einzusetzen.

#### Aufzeichnung und Auswertung mit VideoCom:

Im Versuch wird die kinetische Energie eines gleichmäßig beschleunigten Gleiters auf einer Luftkissenfahrbahn untersucht. Seine Bewegungen werden mit der einzeiligen CCD-Kamera VideoCom aufgenommen. Diese beleuchtet eine auf den Gleiter geklebte retroreflektierende Folie mit LED-Blitzen und bildet die reflektierten Blitze mit einem Kameraobjektiv auf eine CCD-Zeile mit 2048 Pixeln ab (CCD: charge-coupled device). Über eine serielle Schnittstelle wird die aktuelle Position des Gleiters bis zu 80 mal pro Sekunde an einen Computer übertragen.

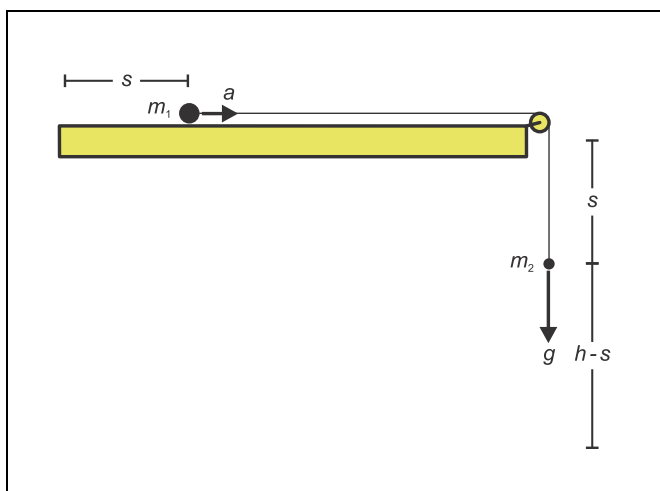


Fig. 1 Schematische Darstellung einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung

| Geräte                                     |         |
|--|---------|
| 1 Luftkissenfahrbahn . . . . .             | 337 501 |
| 1 Luftversorgung . . . . .                 | 337 53  |
| 1 Leistungsstellgerät . . . . .            | 337 531 |
| 1 VideoCom . . . . .                       | 337 47  |
| 1 Steckernetzgerät 230 V / 12 V~/ 20 W . . | 562 791 |
| 1 Kamerastativ . . . . .                   | 300 59  |
| 1 Stativstange 10 cm . . . . .             | 300 40  |
| 1 Metallmaßstab . . . . .                  | 311 02  |
| <i>zusätzlich erforderlich:</i>            |         |
| 1 PC mit Windows 95 / 98 / NT              |         |

Ein zu VideoCom gehörendes Computerprogramm stellt die gesamte Bewegung des Gleiters als Weg-Zeit-Diagramm dar und ermöglicht die weitere Auswertung der Messdaten. Mit einem Mausklick kann insbesondere die Berechnung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung aktiviert werden. Daraus können die kinetische und die potentielle Energie berechnet und miteinander verglichen werden.

**Aufbau**

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 2 dargestellt.

- Fahrbahnschiene mit Träger auf Fahrbahngestell montieren, aufstellen und an Stellschrauben horizontal ausrichten (siehe Gebrauchsanweisung zur Luftkissenfahrbahn); zur Kontrolle Wasserwaage verwenden.
- Adapter für Luftversorgung (a) in Luftenlass stecken.
- Luftversorgung mit Leistungsstellgerät verbinden; Schlauch an Adapter für Luftversorgung anschließen (siehe Gebrauchsanweisung zur Luftkissenfahrbahn).
- Umlenkrolle mit kleinem Trägheitsmoment (h) auf Stativstange 10 cm am Ende der Luftkissenfahrbahn montieren.
- Haltemagnet mit Klemmreiter (c) nahe der Luftzufuhr und Bremse (g) am anderen Ende der Fahrbahn aufstecken.
- Luftzufuhr einschalten, Gleiter aufsetzen und Luftkissenfahrbahn mit Stellschrauben nachjustieren, bis der Gleiter an verschiedenen Stellen der Luftkissenfahrbahn ruht; dabei auch den Luftstrom variieren, bis die optimalen Parameter gefunden sind.

**Aufbau von VideoCom:**

- VideoCom auf Kamerastativ schrauben, in ca. 2 m Abstand zur Luftkissenfahrbahn aufstellen und möglichst auf gleiche Höhe sowie parallel zur Fahrbahnschiene ausrichten.
- VideoCom über Steckernetzgerät mit Spannung versorgen und mit seriellen Eingang des PC (z. B. COM1) verbinden.
- Haltemagnet über zwei Experimentierkabel an VideoCom anschließen (siehe Gebrauchsanweisung zu VideoCom).
- Software zu VideoCom ggf. unter Windows 95/98/NT installieren, Programm „VideoCom Bewegungen“ aufrufen und evtl. gewünschte Sprache sowie serielle Schnittstelle wählen (siehe Gebrauchsanweisung zu VideoCom).


**Ausrichtung von VideoCom:**

- Zwei Gleiter mit Unterbrecherfahnen (d) ausrüsten und diese mit retroreflektierender Folie bekleben.
- Ersten Gleiter an den Haltemagneten schieben und zweiten Gleiter bei abgeschalteter Luftzufuhr mit genau 1 m Abstand zwischen den Unterbrecherfahnen auf die Luftkissenfahrbahn setzen.
- Im Programm „VideoCom Bewegungen“ den „Intensitätstest“ anklicken.
- Zur Verringerung des Untergrundes den Raum leicht abdunkeln.
- VideoCom so ausrichten, dass im LC-Display auf dem Kameragehäuse bzw. auf dem Bildschirm zwei Spitzen zu erkennen sind.
- Störendes Licht bzw. Reflexionen beseitigen, so dass keine weiteren Spitzen sehen sind.
- Ausrichtung weiter verbessern, bis das Intensitätsverhältnis von Spitze zu Untergrund für beide Gleiter größer als 5 zu 1 beträgt.


**Anschluss des Haltemagneten:**

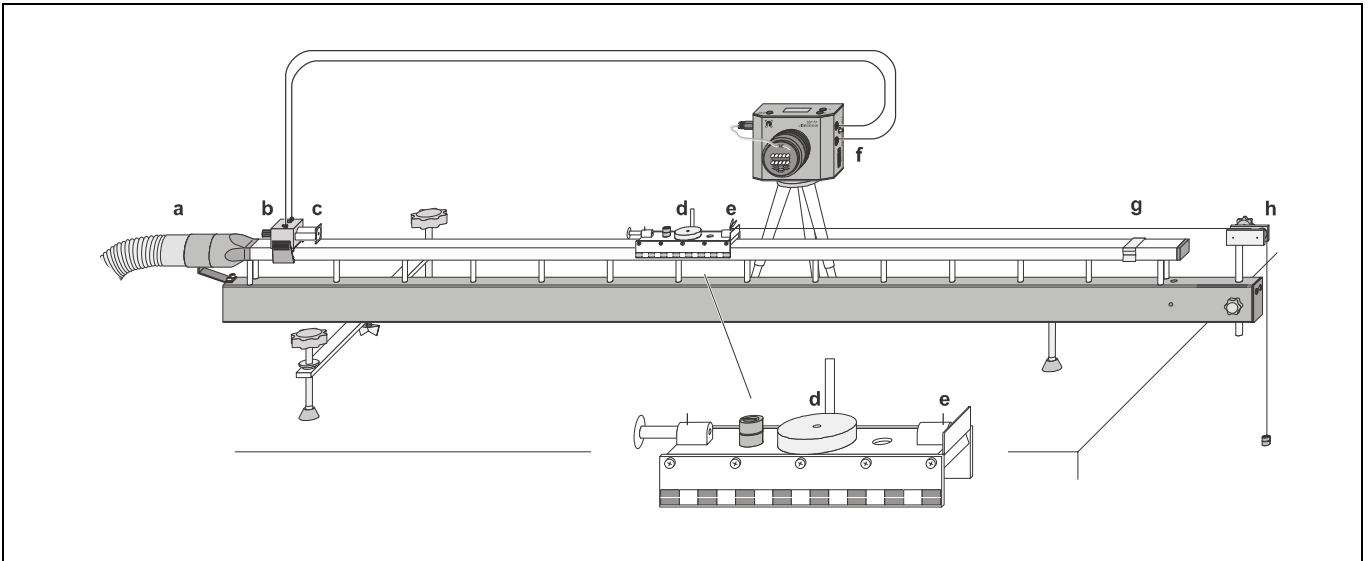
- Zweiten Gleiter entfernen.
- 1,20 m langen Perlonfaden an Fadenhalter (e) des ersten Gleiters befestigen, über Umlenkrolle führen und 1-g-Masse anhängen.
- Luftzufuhr einschalten und optimalen Luftstrom einstellen.
- Gleiter mit Halteplatte ausrüsten und an den Haltemagneten schieben.
- Mit Stellknopf (f) am VideoCom-Gehäuse max. Versorgungsspannung für Haltemagneten einstellen.
- Eisenkern des Haltemagneten mit Rändelschraube (b) so einstellen, dass der Gleiter gerade noch gehalten wird und nach Drücken der Taste Start am VideoCom-Gehäuse sofort losfährt.

**Korrektur der Verzeichnung:**

- Im Programm „VideoCom Bewegungen“ auf Darstellung „Weg“ umschalten.
- Gleiter mit beiden Unterbrecherfahnen ausrüsten (Abstand = 5 cm).
- Mit dem Button  oder der Taste F5 das Menü „Einstellungen/Wegkalibrierung“ aufrufen.
- Im Register „Wegkalibrierung“ als Positionen der beiden Unterbrecherfahnen die Werte 0 m bzw. 0,05 m eintragen.
- Schaltfläche „Pixel aus Anzeige ablesen“ anklicken und „Kalibrierung verwenden“ aktivieren.
- Erneut das Menü „Einstellungen/ Wegkalibrierung“ aufrufen und im Register „Messvorgaben“ folgende Einstellungen vornehmen.

|                   |                        |
|-------------------|------------------------|
| $\Delta t$        | 100 ms (10 fps)        |
| Blitz             | Auto                   |
| Glättung          | Standart (4*dt)        |
| Stopp der Messung | bei Erreichen des Wegs |
| s                 | z. B. 0,9 m            |

- Mit dem Button  oder der Taste F9 Messung starten und Bewegung des Gleiters aufzeichnen.
- Anschließend im Register „Linearisierung“ des Menüs „Einstellungen/Wegkalibrierung“ die Schaltfläche „Linearisierung vorschlagen“ anklicken.



Wenn ein Winkel  $\alpha \neq 0^\circ$  angegeben wird, steht die Luftkissenfahrbahn noch nicht im richtigen Winkel zu VideoCom (siehe Fig. 3):

- Linearisierung mit Schaltfläche „Abbrechen“ verwerfen.
- Position der Luftkissenfahrbahn durch Verschieben des „rechten Fußes“ korrigieren.
- Mit dem Button oder Taste F4 alte Messwerte löschen, Bewegung des Gleiters erneut aufzeichnen und Winkel  $\alpha$  erneut ermitteln.
- Vorgang so lange wiederholen, bis  $\alpha = 0^\circ$  angezeigt wird; dann „Linearisierung verwenden“ aktivieren und angegebene Verzeichnung  $\delta$  übernehmen.

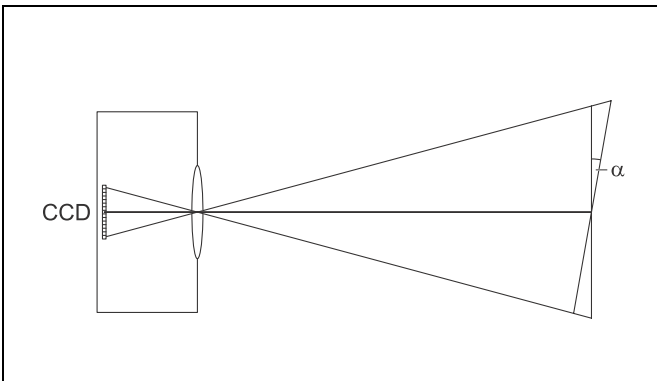


Fig. 3 Schema zur Definition des Winkels  $\alpha$  zwischen der Luftkissenfahrbahn und VideoCom.

**Wegkalibrierung:**

- Wieder beide Gleiter mit Unterbrecherfahnen ausrüsten, ersten Gleiter an den Haltemagneten schieben und zweiten Gleiter bei abgeschalteter Luftzufuhr in genau 1 m Abstand zwischen den Unterbrecherfahnen auf die Luftkissenfahrbahn setzen.
- Im Register „Wegkalibrierung“ des Menüs „Einstellungen/Wegkalibrierung“ als Positionen der beiden Gleiter die Werte 0 m bzw. 1 m eintragen.
- Schaltfläche „Pixel aus Anzeige ablesen“ anklicken und „Kalibrierung verwenden“ aktivieren.

Fig. 2 Versuchsaufbau zur Bewegungsaufnahme mit VideoCom (hier dargestellt: gleichmäßig Beschleunigung mit der beschleunigten Masse  $m = 100$  g).

**Durchführung**

**a) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung in Abhängigkeit von der beschleunigten Masse  $m$ :**

- Alte Messwerte mit oder F4 löschen.
- Insgesamt zwei 1-g-Massen an den Perlonfaden hängen.
- Gleiter zusätzlich z.B. mit der Prallplatte ausrüsten und zwei 1-g-Massen auf den Gleiter stecken, so dass die Gesamtmasse  $m$  des Gleiters und der beiden 1-g-Massen am Perlonfaden 100 g beträgt (siehe Gebrauchsanweisung zur Luftkissenfahrbahn).
- Gleiter an Haltemagneten schieben, mit oder F9 Messung starten und Weg-Zeit-Diagramm aufzeichnen.
- Zusätzlich 100-g-Masse auf den Gleiter legen und neues Weg-Zeit-Diagramm zusätzlich aufzeichnen.
- Zusätzliche Aufzeichnung für zweite und dritte zusätzliche 100-g-Masse wiederholen.
- Messwerte mit oder F2 unter einem aussagekräftigen Namen speichern.

**b) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung in Abhängigkeit von der beschleunigenden Kraft  $F$ :**


- Alte Messwerte mit oder F4 löschen.
- Zusätzliche 100-g-Massen entfernen, eine 1-g-Masse am Perlonfaden hängen lassen und insgesamt drei 1-g-Massen auf den Gleiter stecken (Gesamtmasse  $m = 100$  g).
- Gleiter an Haltemagneten schieben, mit oder F9 Messung starten und Weg-Zeit-Diagramm aufzeichnen.
- Ein 1-g-Masse vom Gleiter nehmen, zusätzlich am Perlonfaden befestigen und neues Weg-Zeit-Diagramm zusätzlich aufzeichnen.
- Zusätzliche Aufzeichnung für dritte und vierte zusätzliche 1-g-Masse am Perlonfaden wiederholen.
- Messwerte mit oder F2 unter einem aussagekräftigen Namen speichern.

**Messbeispiel und Auswertung**

**a) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung in Abhängigkeit von der beschleunigten Masse  $m$ :**

- Fig. 4 zeigt das Weg-Zeit-Diagramm für verschiedene beschleunigte Massen  $m$  bei gleicher beschleunigender Kraft  $F = m_2 \cdot g$ . Die Weg-Zeit-Kurven sind Parabeläste mit dem Nullpunkt als Scheitelpunkt. Bei größerer Masse benötigt der Gleiter für gleiche Wegstrecke  $s = 1$  m mehr Zeit, da die Beschleunigung kleiner ist.

*Berechnung der kinetischen Energie:*

- Mit dem Button  oder der Taste F5 das Menü „Einstellungen/Wegkalibrierung“ aufrufen.
- Register „Formel“ anklicken und folgende Eintragungen durchführen:

Größe: Energie  
 Symbol:  $E_{kin}$   
 Einheit: mJ  
 Minimum: -1 (mJ)  
 Maximum: 40 (mJ)  
 Formeln:  $0,5 \cdot 100 \cdot v^2$   
 $0,5 \cdot 200 \cdot v^2$   
 $0,5 \cdot 300 \cdot v^2$   
 $0,5 \cdot 400 \cdot v^2$

- Eintragungen mit „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken (siehe Fig. 5).

*Berechnung der potentiellen Energie:*

- Im Register „Formel“ folgende Änderungen durchführen:

Symbol:  $E_{pot}$   
 Formeln:  $2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_1)$   
 $2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_2)$   
 $2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_3)$   
 $2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_4)$

- Eintragungen mit „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken (siehe Fig. 6).

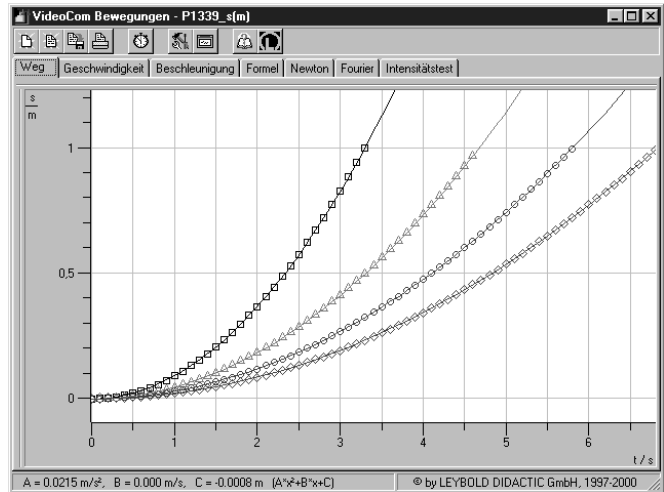


Fig. 4 Weg-Zeit-Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung für  $m = 100$  g ( $\square$ ),  $200$  g ( $\triangle$ ),  $300$  g ( $\circ$ ) und  $400$  g ( $\diamond$ ) (Antriebsmasse  $m_2 = 2$  g)

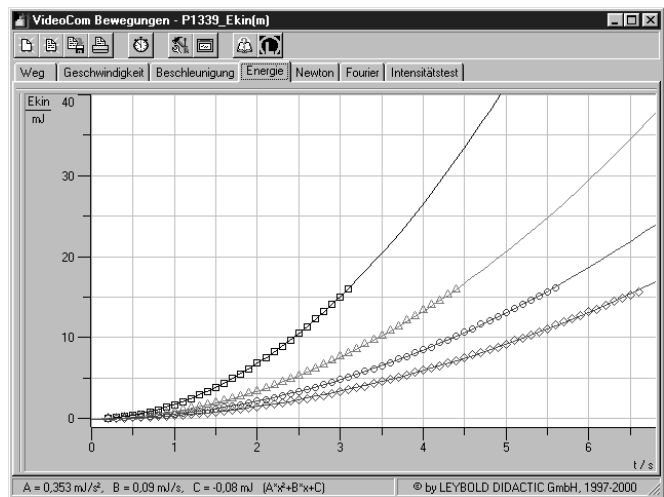


Fig. 5 Kinetische Energie der gleichmäßig beschleunigten Bewegung als Funktion der Zeit, beschleunigte Masse  $m = 100$  g ( $\square$ ),  $200$  g ( $\triangle$ ),  $300$  g ( $\circ$ ) und  $400$  g ( $\diamond$ ) (Antriebsmasse  $m_2 = 2$  g)

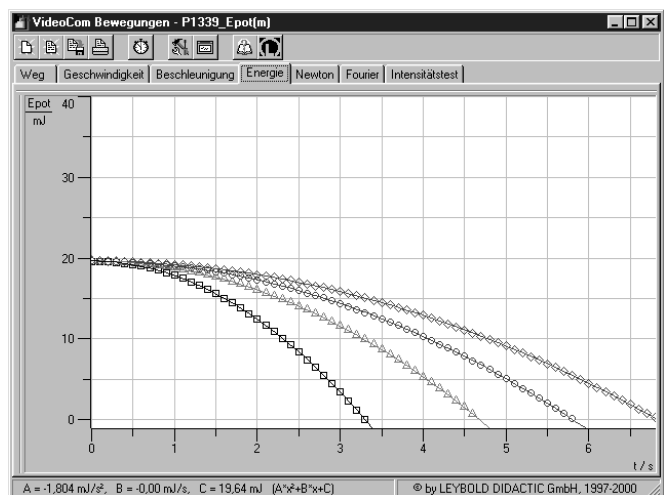


Fig. 6 Potentielle Energie der gleichmäßig beschleunigten Bewegung als Funktion der Zeit, beschleunigte Masse  $m = 100$  g ( $\square$ ),  $200$  g ( $\triangle$ ),  $300$  g ( $\circ$ ) und  $400$  g ( $\diamond$ ) (Antriebsmasse  $m_2 = 2$  g)

Berechnung der Gesamtenergie:

- Im Register „Formel“ folgende Änderungen durchführen:

Symbol: E<sub>pot</sub>  
 Formeln:  $0,5 \cdot 100 \cdot v_1^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_1)$   
 $0,5 \cdot 200 \cdot v_2^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_2)$   
 $0,5 \cdot 300 \cdot v_3^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_3)$   
 $0,5 \cdot 400 \cdot v_4^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_4)$

- Eintragungen mit „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken (siehe Fig. 7).

Fig. 5 zeigt die kinetische Energie, Fig. 6 die potentielle Energie und Fig. 7 die Gesamtenergie der gleichmäßig beschleunigten Bewegung für verschiedene beschleunigte Massen in Abhängigkeit von der Zeit *t*.

Die kinetischen Energien liegen auf Parabeln mit dem Nullpunkt als Scheitelpunkt. Dieses Verhalten stimmt mit den Gln. (IV) und (V) überein, aus denen folgt:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a^2 \cdot t^2 \quad (X)$$

Die potentiellen Energien bilden abfallende Parabeln, deren Scheitelpunkt durch die maximale potentielle Energie bestimmt ist. Die maximale potentielle Energie ist in allen Fällen gleich. Dieses Verhalten lässt sich aus den Gl. (II) und (VIII) herleiten:

$$E_{pot} = m_2 \cdot g \cdot \left( h - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right) \quad (XI)$$

Am Ende der Messstrecke *s* = 1 m erreichen alle Massen in guter Näherung die gleiche und die gleiche potentielle Energie.

Aus (X) und (XI) folgt wegen  $m_2 \cdot g = m \cdot a$  für die Gesamtenergie

$$E = E_{kin} + E_{pot} = m_2 \cdot g \cdot h \quad (XII).$$

Tatsächlich zeigt Fig. 7, dass die Gesamtenergie für kleine Geschwindigkeiten in guter Näherung konstant ist. Bei größeren Geschwindigkeiten spielen Reibungsverluste eine immer größere Rolle.

**b) Gleichmäßig beschleunigte Bewegung in Abhängigkeit von der beschleunigenden Kraft *F*:**

- Fig. 8 zeigt die parabelförmigen Weg-Zeit-Kurven des Gleiters für verschiedene beschleunigende Kräfte  $F = m_2 \cdot g$  bei gleicher beschleunigter Masse *m*. Bei größerer Kraft legt der Gleiter die Wegstrecke *s* = 1 m in kürzerer Zeit zurück, da die Beschleunigung größer ist.

Berechnung der kinetischen Energie:

- Im Register „Formel“ anklicken und folgende Eintragungen durchführen:

Größe: Energie  
 Symbol: E<sub>kin</sub>  
 Einheit: mJ  
 Minimum: -1 (mJ)  
 Maximum: 40 (mJ)  
 Formeln:  $0,5 \cdot 100 \cdot v_1^2$   
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_2^2$   
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_3^2$   
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_4^2$

- Eintragungen mit „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken (siehe Fig. 9).

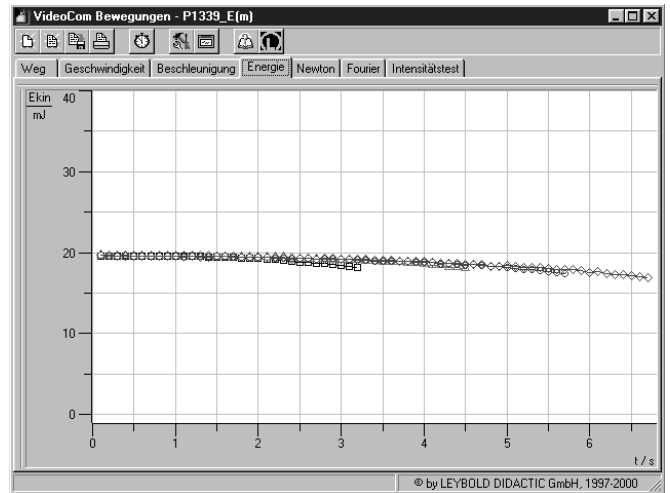


Fig. 7 Gesamtenergie der gleichmäßig beschleunigten Bewegung als Funktion der Zeit, beschleunigte Masse *m* = 100 g (□), 200 g (△), 300 g (○) und 400 g (◇) (Antriebsmasse *m*<sub>2</sub> = 2 g)

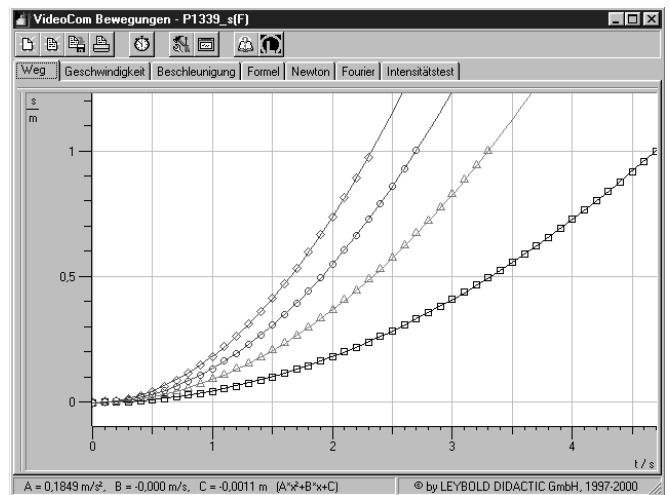


Fig. 8 Weg-Zeit-Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung für Antriebsmasse *m*<sub>2</sub> = 1 g (□), 2 g (△), 3 g (○) und 4 g (◇) (beschleunigte Masse *m* = 100 g)

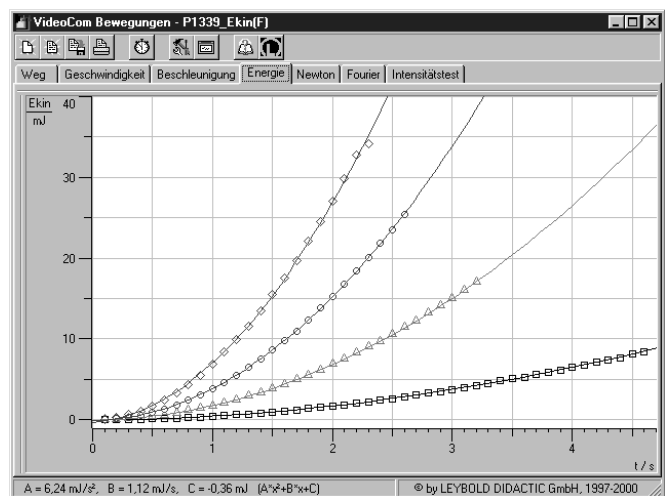


Fig. 9 Kinetische Energie einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung als Funktion der Zeit, Antriebsmassen 1 g (□), 2 g (△), 3 g (○) und 4 g (◇) (beschleunigte Masse *m* = 100 g)

Berechnung der potentiellen Energie:

- Im Register „Formel“ folgende Änderungen durchführen:

Symbol: E<sub>pot</sub>  
 Formeln:  
 $1 \cdot 9,81 \cdot (1-s_1)$   
 $2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_2)$   
 $3 \cdot 9,81 \cdot (1-s_3)$   
 $4 \cdot 9,81 \cdot (1-s_4)$

- Eintragungen mit „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken (siehe Fig. 10).

Berechnung der Gesamtenergie:

- Im Register „Formel“ folgende Änderungen durchführen:

Symbol: E  
 Formeln:  
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_1^2 + 1 \cdot 9,81 \cdot (1-s_1)$   
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_2^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot (1-s_2)$   
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_3^2 + 3 \cdot 9,81 \cdot (1-s_3)$   
 $0,5 \cdot 100 \cdot v_4^2 + 4 \cdot 9,81 \cdot (1-s_4)$

- Eintragungen mit „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken (siehe Fig. 11).

Fig. 9 zeigt die kinetische Energie, Fig. 10 die potentielle Energie und Fig. 11 die Gesamtenergie der gleichmäßig beschleunigten Bewegung für verschiedene beschleunigende Kräfte in Abhängigkeit von der Zeit *t*.

Die kinetischen Energien liegen in Übereinstimmung mit (X) auf Parabelästen mit dem Nullpunkt als Scheitelpunkt. Die potentiellen Energien bilden, Gl. (XI) entsprechend, abfallende Parabeläste, deren Scheitelpunkt durch die von der beschleunigenden Kraft abhängige maximale potentielle Energie bestimmt ist. Die Gesamtenergie ist für kleine Geschwindigkeiten in guter Näherung konstant.

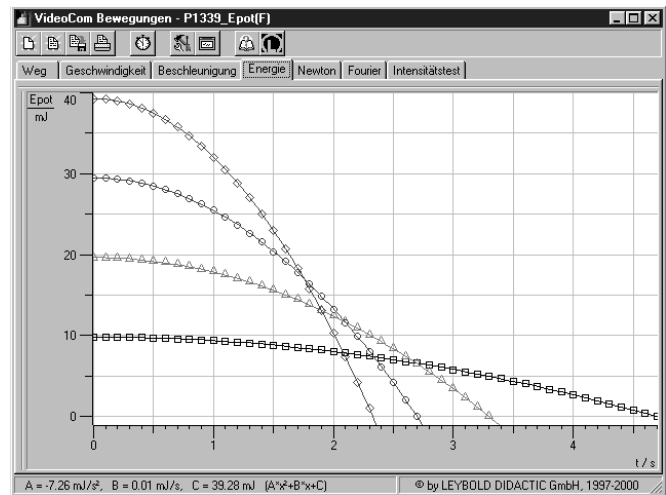


Fig. 10 Potentielle Energie einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung als Funktion der Zeit, Antriebsmassen 1 g (□), 2 g (△), 3 g (○) und 4 g (◇) (beschleunigte Masse *m* = 100 g)

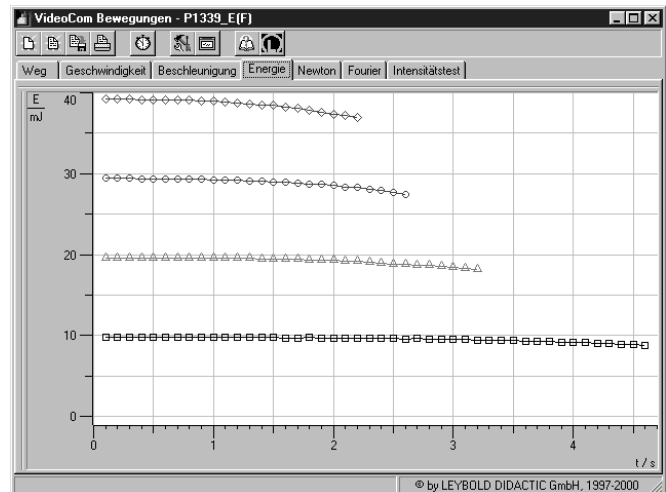


Fig. 11 Gesamtenergie einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung als Funktion der Zeit, Antriebsmassen 1 g (□), 2 g (△), 3 g (○) und 4 g (◇) (beschleunigte Masse *m* = 100 g)