

Gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit Richtungsumkehr

Aufzeichnung und Auswertung mit VideoCom

Versuchsziele

- Aufnahme des Weg-Zeit-Diagrammes einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit Richtungsumkehr.
- Bestimmung der Geschwindigkeit v und der Beschleunigung a als Funktion der Zeit.
- Bestimmung der kinetischen Energie und der Gesamtenergie.

Grundlagen

Gleichmäßige Beschleunigung mit Richtungsumkehr:

Auf einer geneigten Ebene erfährt ein Massenpunkt eine gleichmäßige Beschleunigung a in Richtung der Hangabtriebskraft. Startet er mit der Anfangsgeschwindigkeit 0, so legt er in der Zeit t_0 die Strecke

$$s_0 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_0^2 \quad (I)$$

zurück und erreicht dabei die Geschwindigkeit

$$v_0 = a \cdot t_0 \quad (II)$$

Aus (I) und (II) folgt

$$t_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot s_0}{a}} \quad (III)$$

und

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot s \cdot a_0} \quad (IV)$$

Die Beschleunigung des Massenpunktes ändert sich nicht, wenn er sich aufwärts bewegt. Dann nimmt seine Geschwindigkeit dem Betrage nach ab. Eine solche Richtungsumkehr findet z.B. statt, wenn der Massenpunkt am Ort s_0 elastisch

reflektiert wird (siehe Fig. 1). Da er mit der Geschwindigkeit v_0 auf die reflektierende Wand trifft, beginnt seine Bewegung nach der Reflexion mit der Anfangsgeschwindigkeit $-v_0$. Er bewegt sich mit der Geschwindigkeit

$$v(t) = -v_0 + a \cdot (t - t_0) \quad (V)$$

weiter und erreicht zur Zeit t den Ort

$$s(t) = s_0 - v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a \cdot (t - t_0)^2 \quad (VI)$$

Zum Zeitpunkt

$$t_1 = t_0 + \frac{v_0}{a} \quad (VII)$$

erreicht der Massenpunkt mit der Geschwindigkeit $v(t_1 = 0)$ den Ort $s(t_1 = 0)$. Anschließend wird die Geschwindigkeit positiv; d.h. die Bewegungsrichtung kehrt sich erneut um.

Zum Zeitpunkt

$$t_2 = t_0 + 2 \cdot \frac{v_0}{a} \quad (VIII)$$

erreicht der Massenpunkt wieder mit der Geschwindigkeit v_0 die Reflexionswand, den Ort s_0 . Insgesamt beschreibt seine Weg-Zeit-Kurve eine Parabel mit dem Scheitelpunkt $P = (t_1, 0)$.

Die kinetische Energie des Massenpunktes hat wegen (V) den Wert

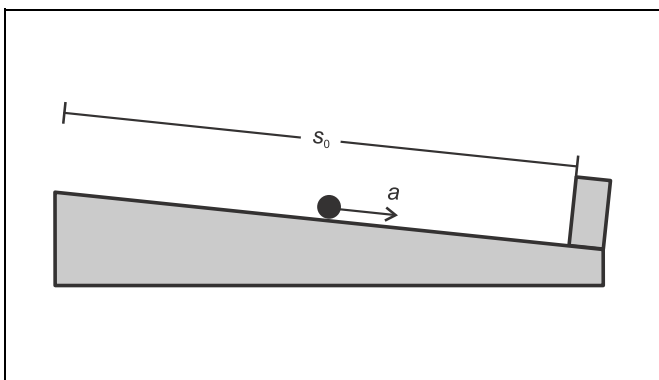
$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot (t - t_0) - v_0)^2 \quad (IX)$$

Seine potentielle Energie, das Produkt aus der Hangabtriebskraft F und dem von s_0 ausgehend bis s zurückgelegten Weg, ist wegen (VI)

$$E_{\text{pot}} = F \cdot (s_0 - s) = m \cdot a \cdot \left(v_0 \cdot (t - t_0) - \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2 \right) \quad (X)$$

Eine einfache Rechnung bestätigt, dass die Summe der beiden Energien konstant ist.

Fig. 1 Beschleunigung a auf einer geneigten Ebene



Geräte

1 Luftkissenfahrbahn	337 501
1 Luftversorgung	337 53
1 Leistungsstellgerät	337 531
1 VideoCom	337 47
1 Steckernetzgerät 230 V / 12 V~/ 20 W . .	562 791
1 Kamerastativ	300 59
1 Metallmaßstab	311 02

zusätzlich erforderlich:

- 1 PC mit Windows 95 / 98 / NT
- 1 massiver Klotz, $m > 0,7$ kg

Aufzeichnung der Bewegung mit VideoCom:

Im Versuch wird die gleichmäßig beschleunigte Bewegung eines Gleiters auf einer geneigten Luftkissenfahrbahn untersucht, der am unteren Bahnende an einem massiven Klotz elastisch reflektiert wird. Seine Bewegungen werden mit der einzeiligen CCD-Kamera VideoCom aufgenommen. Sie beleuchtet eine auf den Gleiter geklebte retroreflektierende Folie mit LED-Blitzen und bildet die reflektierten Blitze mit einem Kameraobjektiv auf eine CCD-Zeile mit 2048 Pixeln ab (CCD: charge-coupled device). Über eine serielle Schnittstelle wird die aktuelle Position des Gleiters bis zu 80 mal pro Sekunde an einen Computer übertragen.

Ein zu VideoCom gehörendes Computerprogramm stellt die gesamte Bewegung des Gleiters als Weg-Zeit-Diagramm dar und ermöglicht die weitere Auswertung der Messdaten. Mit einem Mausklick kann insbesondere die Berechnung der Geschwindigkeit und der Beschleunigung aktiviert werden.

Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 2 dargestellt.

Aufbau der Luftkissenfahrbahn:

- Fahrbahnschiene mit Träger auf Fahrbahngestell montieren, aufstellen und an Stellschrauben horizontal ausrichten (siehe Gebrauchsanweisung zur Luftkissenfahrbahn); zur Kontrolle Wasserwaage verwenden.
- Adapter für Luftversorgung (**a**) in Lufteinlass stecken.
- Luftversorgung mit Leistungsstellgerät verbinden; Schlauch an Adapter für Luftversorgung anschließen (siehe Gebrauchsanweisung zur Luftkissenfahrbahn).
- Haltemagnet mit Klemmreiter (**c**) nahe der Luftzufuhr und Bremse (**g**) am anderen Ende der Fahrbahn aufstecken.
- Luftzufuhr einschalten, Gleiter aufsetzen und Luftkissenfahrbahn mit Stellschrauben nachjustieren, bis der Gleiter an verschiedenen Stellen der Luftkissenfahrbahn ruht.
- Luftkissenfahrbahn auf der Seite der Luftzufuhr anheben, so dass der Gleiter in angemessener Zeit über die Luftkissenfahrbahn gleitet.

Aufbau von VideoCom:

- VideoCom auf Kamerastativ schrauben, in ca. 2 m Abstand zur Luftkissenfahrbahn aufstellen und möglichst auf gleiche Höhe sowie parallel zur Fahrbahnschiene ausrichten.
- VideoCom über Steckernetzgerät mit Spannung versorgen und mit seriellen Eingang des PC (z. B. COM1) verbinden.
- Haltemagnet über zwei Experimentierkabel an VideoCom anschließen (siehe Gebrauchsanweisung zu VideoCom).
- Software zu VideoCom ggf. unter Windows 95/98/NT installieren, Programm „VideoCom Bewegungen“ aufrufen und evtl. gewünschte Sprache sowie serielle Schnittstelle wählen (siehe Gebrauchsanweisung zu VideoCom).

Ausrichtung von VideoCom:

- Zwei Gleiter mit Unterbrecherfahnen (**d**) ausrüsten und diese mit retroreflektierender Folie bekleben.
- Ersten Gleiter an den Haltemagneten schieben und zweiten Gleiter bei abgeschalteter Luftzufuhr mit genau 1 m Abstand zwischen den Unterbrecherfahnen auf die Luftkissenfahrbahn setzen.
- Im Programm „VideoCom Bewegungen“ den „Intensitätstest“ anklicken.
- Zur Verringerung des Untergrundes den Raum leicht abdunkeln.
- VideoCom so ausrichten, dass im LC-Display auf dem Kameragehäuse bzw. auf dem Bildschirm zwei Spitzen zu erkennen sind.
- Störendes Licht bzw. Reflexionen beseitigen, so dass keine weiteren Spitzen zu sehen sind.
- Ausrichtung weiter verbessern, bis das Intensitätsverhältnis von Spitze zu Untergrund für beide Gleiter größer als 5 zu 1 beträgt.

Anschluss des Haltemagneten:

- Zweiten Gleiter entfernen.
- Luftzufuhr einschalten und optimalen Luftstrom einstellen.
- Gleiter mit Halteplatte ausrüsten und an den Haltemagneten schieben.

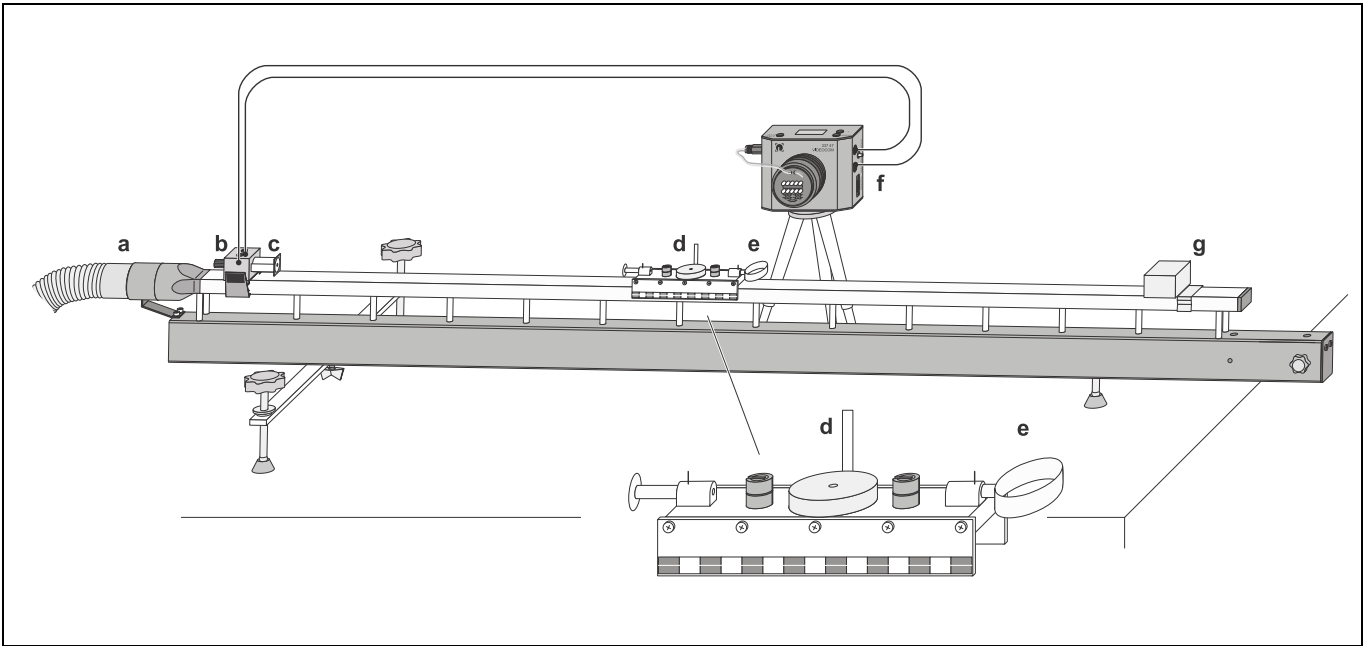




Fig. 2 Versuchsaufbau zur Bewegungsaufnahme mit VideoCom.


- Mit Stellknopf **(f)** am VideoCom-Gehäuse max. Versorgungsspannung für Haltemagneten einstellen.
- Eisenkern des Haltemagneten mit Rändelschraube **(b)** so einstellen, dass der Gleiter gerade noch gehalten wird und nach Drücken der Taste Start am VideoCom-Gehäuse sofort losfährt.

- Mit dem Button  oder Taste F4 alte Messwerte löschen, Bewegung des Gleiters erneut aufzeichnen und Winkel α erneut ermitteln.
- Vorgang so lange wiederholen, bis $\alpha = 0^\circ$ angezeigt wird; dann „Linearisierung verwenden“ aktivieren und angegebene Verzeichnung δ übernehmen.

Korrektur der Verzeichnung:

- Im Programm „VideoCom Bewegungen“ auf Darstellung „Weg“ umschalten.
- Gleiter mit beiden Unterbrecherfahnen ausrüsten (Abstand = 5 cm).
- Mit dem Button  oder der Taste F5 das Menü „Einstellungen/Wegkalibrierung“ aufrufen.
- Im Register „Wegkalibrierung“ als Positionen der beiden Unterbrecherfahnen die Werte 0 m bzw. 0,05 m eintragen.
- Schaltfläche „Pixel aus Anzeige ablesen“ anklicken und „Kalibrierung verwenden“ aktivieren.
- Erneut das Menü „Einstellungen/Wegkalibrierung“ aufrufen und im Register „Messvorgaben“ folgende Einstellungen vornehmen.

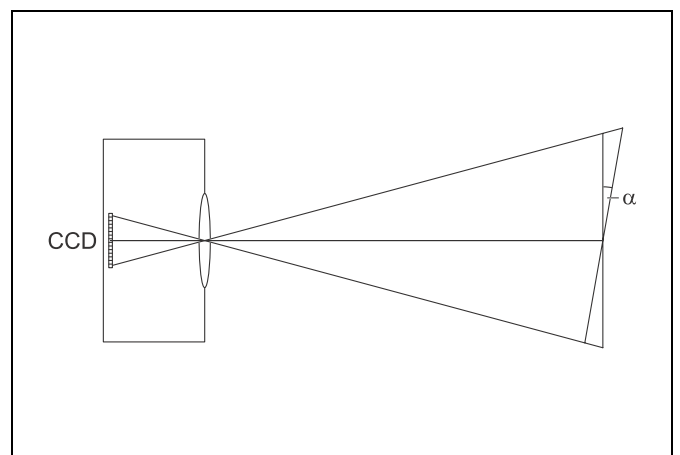
Δt	100 ms (10 fps)
Blitz	Auto
Glättung	Standart (4*dt)
Stopp der Messung	bei Erreichen des Wegs
s	z.B. 0,9 m

- Mit dem Button  oder der Taste F9 Messung starten und Bewegung des Gleiters aufzeichnen.
- Anschließend im Register „Linearisierung“ des Menüs „Einstellungen/Wegkalibrierung“ die Schaltfläche „Linearisierung vorschlagen“ anklicken.
- Wenn ein Winkel $\alpha \neq 0^\circ$ angegeben wird, steht die Luftkissenfahrbahn noch nicht im richtigen Winkel zum VideoCom (siehe Fig. 3):
- Linearisierung mit Schaltfläche „Abbrechen“ verwerfen.
- Position der Luftkissenfahrbahn durch Verschieben des „rechten Fußes“ korrigieren.




Wegkalibrierung:

- Wieder beide Gleiter mit Unterbrecherfahnen ausrüsten, ersten Gleiter an den Haltemagneten schieben und zweiten Gleiter bei abgeschalteter Luftzufuhr in genau 1 m Abstand zwischen den Unterbrecherfahnen auf die Luftkissenfahrbahn setzen.
- Im Register „Wegkalibrierung“ des Menüs „Einstellungen/Wegkalibrierung“ als Positionen der beiden Gleiter die Werte 0 m bzw. 1 m eintragen.
- Schaltfläche „Pixel aus Anzeige ablesen“ anklicken und „Kalibrierung verwenden“ aktivieren.

Fig. 3 Schema zur Definition des Winkels α zwischen der Luftkissenfahrbahn und VideoCom.



Durchführung

- Gleiter zusätzlich mit Stoßfeder (e) ausrüsten, außerdem vier 1-g-Massen und eine 100-g-Masse auf den Gleiter stecken, so dass die Gesamtmasse m des Gleiters 200 g beträgt (siehe Gebrauchsanweisung zur Luftkissenfahrbahn).
- Massiven Klotz auf Luftkissenfahrbahn stellen und mit Bremse fixieren, so dass der Gleiter vom Haltemagneten aus nach 1 m Entfernung elastisch reflektiert wird.
- Mit dem Button  oder der Taste F5 das Menü „Einstellungen/Wegkalibrierung“ aufrufen.
- Im Register „Messvorgaben“ z.B. „Stopp der Messung nach vorgegebener Zeit $t = 16\text{ s}$ “ wählen.
Während der gewählten Zeit t sollte der Gleiter mindestens zweimal den oberen Umkehrpunkt erreichen.
- Alte Messwerte mit  oder F4 löschen, Gleiter an Haltemagneten schieben, Messung starten und Weg-Zeit-Diagramm aufzeichnen.
- Messung mit Schalter  oder F2 unter einem aussagekräftigen Namen speichern.

Messbeispiel und Auswertung

a) Weg

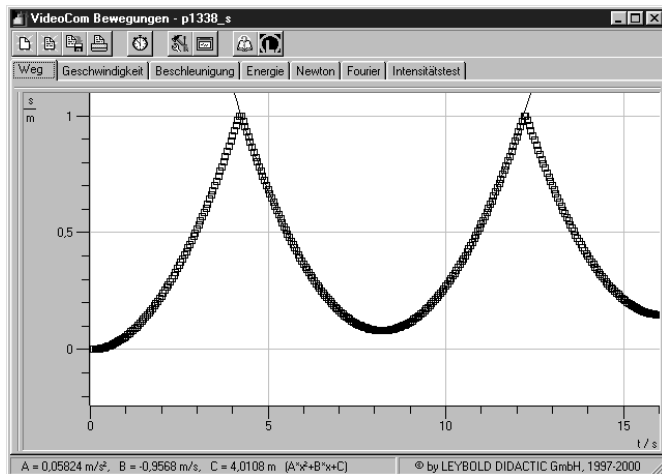
Fig. 4 zeigt das mit VideoCom aufgezeichnete Weg-Zeit-Diagramm des Gleiters. Die Bewegungsrichtung hat sich dreimal umgekehrt, wobei zwei Richtungswechsel auf die elastische Reflexion am massiven Hindernis (bei $s_0 = 1\text{ m}$) zurückzuführen sind.

Nach der ersten Reflexion am Klotz wird der Ausgangspunkt $s = 0$ annähernd wieder erreicht (Energieerhaltung). Ein geringer Energieverlust entsteht durch die Reibung des Gleiters.

Zwischen zwei Reflexionen beschreibt die Weg-Zeit-Kurve – Gl. (VI) entsprechend – eine Parabel. Zum Beweis:

- Mit der rechten Maustaste in das Diagrammfenster klicken, „Anpassung durchführen“ → „Parabel“ wählen und mit der linken Maustaste gewünschten Anpassungsbereich markieren.

Fig. 4 Weg-Zeit-Diagramm der gleichmäßig beschleunigten Bewegung mit Richtungsumkehr, aufgezeichnet mit VideoCom.



b) Geschwindigkeit

Fig. 5 zeigt das nach Anklicken des Registers „Geschwindigkeit“ berechnete Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm des Gleiters. Die beiden Reflexionen am massiven Hindernis sind als plötzliche Änderung des Vorzeichens erkennbar. Vor einer Reflexion ist der in einem Zeitintervall Δt zurückgelegte Weg $\Delta s = s_2 - s_1$ positiv und die Geschwindigkeit

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} > 0.$$

Nach der Reflexion ist der Weg Δs negativ und die Geschwindigkeit

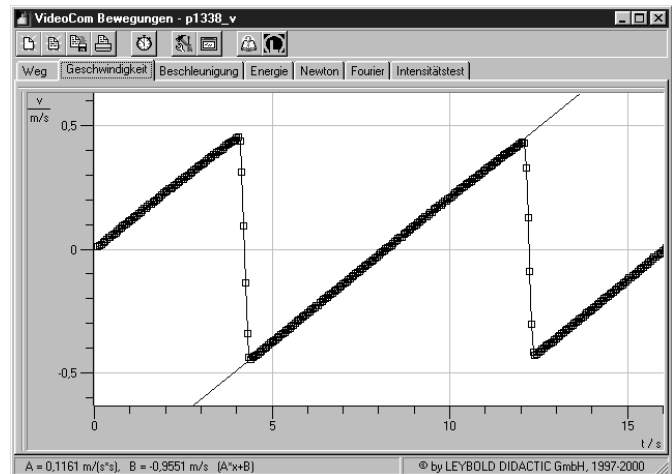
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} < 0.$$

Änderungen der Bewegungsrichtung entsprechen also einem Vorzeichenwechsel bei der Geschwindigkeit. Beim Nulldurchgang der Geschwindigkeit wird die Tangente an die Weg-Zeit-Kurve waagrecht.

Zwischen den Umkehrpunkten ist die Geschwindigkeits-Zeit-Kurve – Gl. (V) entsprechend – linear. Zum Beweis:

- Mit der rechten Maustaste in das Diagrammfenster klicken, „Anpassung durchführen“ → „Ausgleichsgerade“ wählen und mit der linken Maustaste gewünschten Anpassungsbereich markieren.

Fig. 5 Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm zu Fig. 4



Beschleunigung


Fig. 6 zeigt das nach Anklicken des Registers „Beschleunigung“ berechnete Beschleunigungs-Zeit-Diagramm des Gleiters. Die Beschleunigung ist während der gesamten Abwärts- und Aufwärtsbewegung konstant und behält ihr Vorzeichen, da die Geschwindigkeitsänderung $\Delta v = v_2 - v_1$ in einem Zeitintervall Δt immer positiv ist.

Während der Reflexion nimmt die Beschleunigung große negative Werte an: Bei Annäherung an den massiven Klotz wird der Gleiter durch Verformung der Stoßfeder schnell auf $v = 0$ abgebremst und anschließend durch Entspannung der Stoßfeder schnell in negativer Bewegungsrichtung beschleunigt. Bei $v = 0$ ist die Stoßfeder maximal belastet.

Zur Bestimmung der Beschleunigung a :

- Mit der rechten Maustaste in das Diagrammfenster klicken, „Mittelwert einzeichnen“ wählen und mit der linken Maustaste gewünschten Anpassungsbereich zwischen zwei Reflexionen markieren.
- Zahlenwert für die Beschleunigung a notieren.

Gesamtenergie

- Mit dem Button  oder der Taste F5 das Menü „Einstellungen/Wegkalibrierung“ aufrufen.
- Register „Formel“ anklicken und z. B. folgende Eintragungen durchführen:

Größe: Energie
 Symbol: E
 Einheit: mJ
 Minimum: -1 (mJ)
 Maximum: 25 (mJ)
 Formeln: $0,5 \cdot 200 \cdot v_1^2 + 200 \cdot 0,115 \cdot (1,0 - s_1)$

200: Masse des Gleiters in g,
 1,0: Entfernung zum Reflexionsort in m
 0,115: Mittelwert der Beschleunigung in m s^{-2}

- Eintragungen mit Button „OK“ bestätigen und das neue Register „Energie“ anklicken.

Fig. 7 zeigt die Gesamtenergie des Gleiters als Funktion der Zeit. Sie ist nicht wirklich konstant, wie eigentlich erwartet wurde, sondern nimmt durch Reibungsverluste im Laufe der Zeit ab. Diese Reibungsverluste sind kurz vor und nach einer Reflexion am größten, da hier die Geschwindigkeit des Gleiters dem Betrage nach maximal ist.

Während des Reflexionsvorganges nimmt die Stoßfeder Energie auf und gibt sie nahezu vollständig wieder ab.

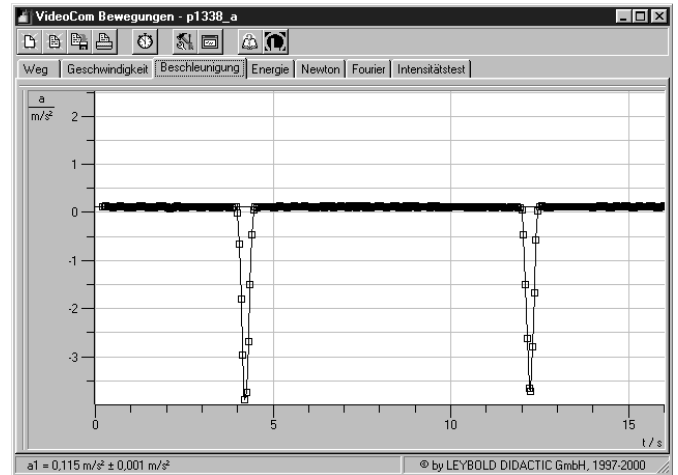


Fig. 6 Beschleunigungs-Zeit-Diagramm zu Fig. 4

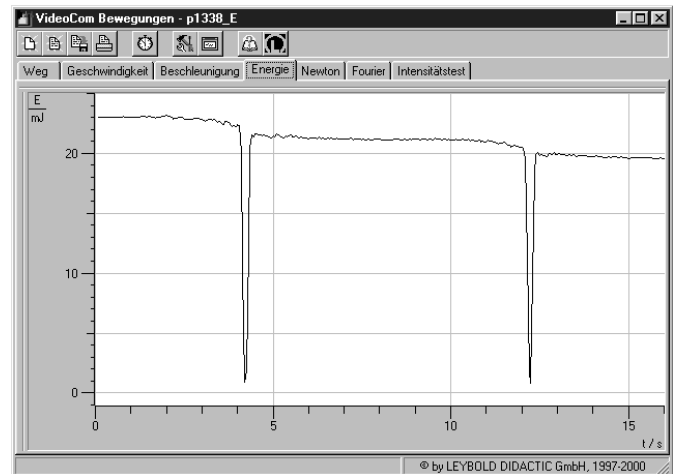


Fig. 7 Energie-Zeit-Diagramm zu Fig. 4

