

Wellrad als ungleicharmiger Hebel

Versuchsziele

- Messung der Kraft F_1 in Abhängigkeit von der Last F_2 und Vergleich der Drehmomente.
- Messung der Kraft F_1 in Abhängigkeit vom Lastarm r_2 und vom Kraftarm r_1 und Vergleich der Drehmomente.
- Experimentelle Untersuchungen zur Definition des Kraftarms und der Kraftwirkungslinie.

Grundlagen

Ein starrer Körper, der in einem Punkt O drehbar gelagert ist, wird durch eine in einem Punkt P angreifende Kraft F gedreht, da das Drehmoment

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (I)$$

r : Ortsvektor von O nach P

auf ihn wirkt. Das Drehmoment ist eine vektorielle Größe und steht senkrecht auf der von den Vektoren r und F aufgespannten Ebene. Sein Betrag

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha \quad (II)$$

α : Winkel zwischen den Vektoren r und F

kann dargestellt werden als das Produkt aus der Kraft F und dem Kraftarm a . Dabei ist der Kraftarm

$$a = r \cdot \sin \alpha \quad (III)$$

das Lot vom Drehpunkt O auf die durch den Angriffspunkt P in Richtung der Kraft F verlaufende Kraftwirkungslinie (siehe Fig. 1). Der Kraftarm bleibt unverändert, wenn der Angriffspunkt der Kraft F auf der Kraftwirkungslinie verschoben wird, daher ändert sich auch das Drehmoment nicht. Wirkt die Kraft F senkrecht zum Ortsvektor r , so sind Ortsvektor und Kraftarm identisch und für das Drehmoment gilt

$$M = F \cdot r \quad (IV)$$

Wirken Kräfte mit entgegengesetztem Drehsinn auf den Körper, so wird zwischen „rechtsdrehenden“ und „linksdrehenden“ Momenten unterschieden. Gleichgewicht herrscht, wenn die Summe M_1 der linksdrehenden Momente gleich die Summe M_2 der rechtsdrehenden Momente ist:

$$M_1 = M_2 \quad (V)$$

In der Formulierung „Kraft \times Kraftarm = Last \times Lastarm“ wird dieser Zusammenhang als Hebelgesetz bezeichnet.

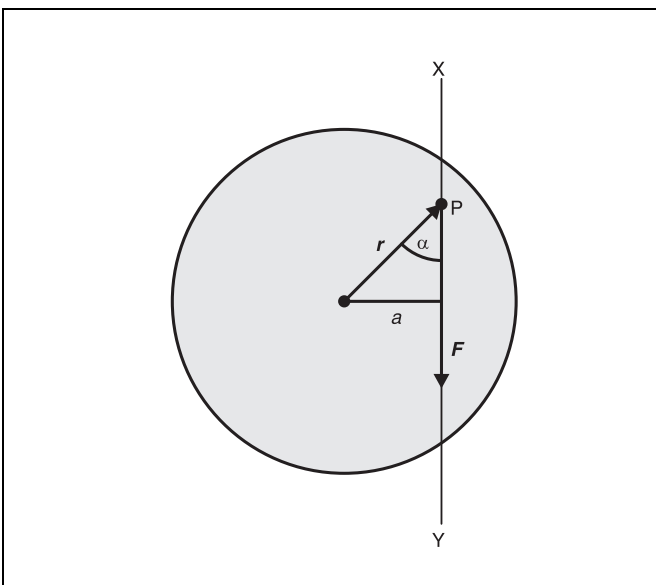
Zur experimentellen Untersuchung des Gleichgewichts von Drehmomenten ist das Wellrad geeignet. In dessen zur Drehachse konzentrischen Schnurrillen kann eine Schnur so geführt werden, daß an einem beliebigen Punkt des Umfangs die Kraft F tangential angreift und das Drehmoment durch (IV) gegeben ist. Da Schnurrillen mit drei verschiedenen Radien (2,5 cm, 7,5 cm und 10,0 cm) zur Verfügung stehen, kann das Wellrad als ungleicharmiger Hebel eingesetzt und die Kraft F_1 , die das Wellrad im Gleichgewicht hält, in Abhängigkeit von der Last F_2 , vom Lastarm r_2 und vom Kraftarm r_1 bestimmt werden. Als Last dienen jeweils mehrere, untereinander gehängte 50-g-Massestücke. Für die Last

$$F_2 = m \cdot g$$

g : Fallbeschleunigung

eines Massestücks wird mit hinreichender Genauigkeit der Wert 0,5 N angesetzt.

Fig. 1 Zur Definition des Drehmoments $\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
 a : Kraftarm
 XY : Kraftwirkungslinie



Geräte

1 Wellrad und Momentenscheibe	342 75
1 Satz 12 Laststücke, je 50 g	342 61
1 Kraftmesser, 2,0 N	314 45
1 Kraftmesser, 5,0 N	314 46
1 Kleiner Stativfuß, V-förmig	300 02
1 Leybold-Muffe	301 01
1 Stativstange, 47 cm	300 42

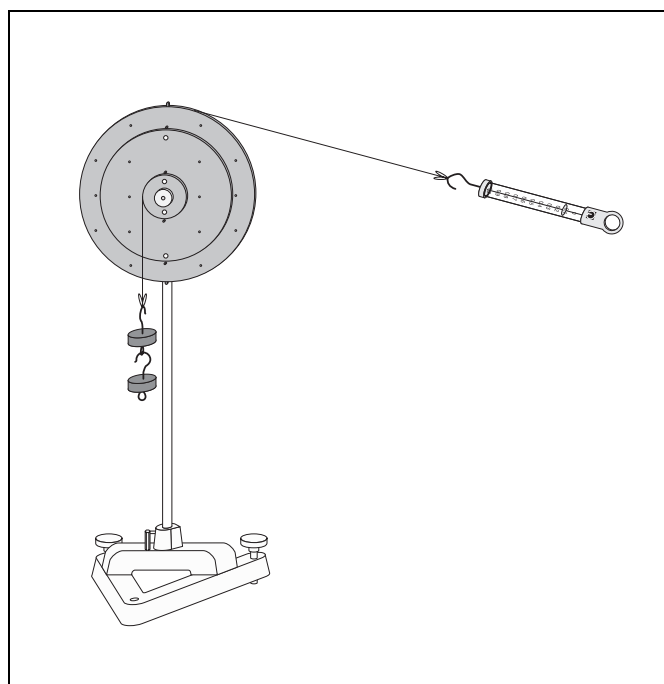
Das Wellrad hat zusätzlich regelmäßig angeordnete Bohrungen zur Aufnahme von Messingstiften, an die ebenfalls Laststücke angehängt werden können. Wird es so ausgerichtet, daß eine Reihe mit Bohrungen genau auf der Kraftwirkungslinie einer angreifenden Kraft liegt, kann die Verschiebung des Angriffspunktes auf der Kraftwirkungslinie demonstriert werden.

Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Fig. 2 dargestellt.

- Stativstange im Stativfuß fixieren.
- Wellrad mit Leybold-Muffe an der Stativstange befestigen.
- Zwei 15–20 cm lange und ein 50–60 cm langes Schnurstück vorbereiten und jeweils beide Ende zu Schlaufen knoten.

Fig. 2 Versuchsaufbau mit dem Wellrad als ungleicharmiger Hebel



Durchführung

a) Wellrad als ungleicharmiger Hebel: Messung der Kraft F_1 in Abhängigkeit von der Last F_2

- Kurzes Schnurstück an Zapfen der inneren Schnurrille (Radius: 2,5 cm) befestigen und 2 Laststücke anhängen.
- Langes Schnur am Zapfen der äußeren Schnurrille (Radius: 10 cm) befestigen, mindestens ein Viertel des Umfangs umwickeln und Kraftmesser einhängen.
- Kraft F_1 , mit der die Anordnung im Gleichgewicht gehalten wird, messen und notieren.
- Messung mit 4, 6, und 8 Laststücken wiederholen.

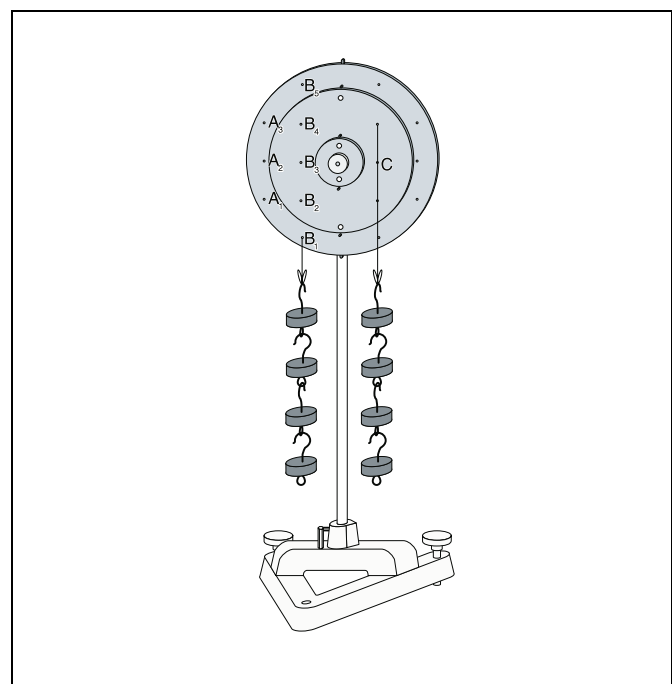
b) Wellrad als ungleicharmiger Hebel: Messung der Kraft F_1 in Abhängigkeit vom Lastarm r_2 und vom Kraftarm r_1

- Kurzes Schnurstück mit 4 Laststücken nacheinander an Zapfen der mittleren (Radius: 7,5 cm) und der äußeren Schnurrille hängen und Kraft F_1 messen.
- Langes Schnurstück nacheinander um die mittlere und die innere Schnurrille wickeln und Kraft F_1 messen.

c) Zur Definition des Kraftarms: Verschiebung des Angriffspunktes entlang der Kraftwirkungslinie

- Wellrad Fig. 3 entsprechend so ausrichten, daß die vier Lochreihen senkrecht verlaufen und Messingstifte in die Bohrungen (A₁₋₃), (B₁₋₅) und (C) stecken
- Schnur mit jeweils vier Laststücken an die Positionen (B₁) und (C) hängen und Gleichgewicht beobachten.
- Linke Schnur mit vier Laststücken nacheinander an die Positionen (B₂₋₅) hängen und Gleichgewicht beobachten.
- Linke Schnur mit zwei Laststücken nacheinander an die Position (A₁₋₃) hängen und Gleichgewicht beobachten.

Fig. 3 Versuchsaufbau zur Verschiebung des Angriffspunktes entlang der Kraftwirkungslinie



Meßbeispiel und Auswertung

a) Wellrad als ungleicharmiger Hebel: Messung der Kraft F_1 in Abhängigkeit von der Last F_2

Tab. 1: In Abhängigkeit von der Last F_2 gemessene Kraft F_1 und gemäß (IV) berechnete Drehmomente M_1 und M_2 ($r_1 = 2,5$ cm, $r_2 = 10$ cm)

$\frac{m_2}{g}$	$\frac{F_2}{N}$	$\frac{F_1}{N}$	$\frac{M_1}{Nm}$	$\frac{M_2}{Nm}$
100	1,0	0,25	0,025	0,025
200	2,0	0,50	0,050	0,050
300	3,0	0,75	0,075	0,075
400	4,0	1,00	0,100	0,100

b) ungleicharmiger Hebel: Messung der Kraft F_1 in Abhängigkeit vom Lastarm F_2

Tab. 2: In Abhängigkeit vom Lastarm r_2 und vom Kraftarm r_1 gemessene Kraft F_1 und gemäß (IV) berechnete Drehmomente M_1 und M_2 ($m_2 = 100$ g, $F_2 = 1$ N)

$\frac{r_1}{cm}$	$\frac{r_2}{cm}$	$\frac{F_1}{N}$	$\frac{M_1}{Nm}$	$\frac{M_2}{Nm}$
10,0	2,5	0,25	0,025	0,025
10,0	7,5	0,75	0,075	0,075
10,0	10,0	1,0	0,10	0,10
7,5	10,0	1,25	0,094	0,10
2,5	10,0	4,0	0,10	0,10

c) Zur Definition des Kraftarms: Verschiebung des Angriffspunktes entlang der Kraftwirkungslinie

rechtsdrehendes Drehmoment:

Angriffspunkt (C):

Kraft $F = 2,0$ N, Kraftarm $r = 4$ cm: also ist $M = 0,08$ Nm

linksdrehendes Drehmoment:

Angriffspunkte (B₁) – (B₅):

Kraft $F = 2,0$ N, Kraftarm $r = 4$ cm: also ist $M = 0,08$ Nm

Angriffspunkte (A₁) – (A₃):

Kraft $F = 1,0$ N, Kraftarm $r = 8$ cm: also ist $M = 0,08$ Nm

Ergebnis

Das Wellrad befindet sich im Gleichgewicht, wenn „rechtsdrehendes“ und „linksdrehendes“ Moment gleich sind. Diese Gleichgewichtsbedingung ist identisch mit dem Hebelgesetz „Kraft \times Kraftarm = Last \times Lastarm“.

Das Drehmoment ändert sich nicht, wenn der Angriffspunkt der Kraft entlang der Kraftwirkungslinie verschoben wird.

